Rozwiązania gier o charakterze kooperacyjnym

Krzysztof Leśniak

13 października 2008

Część 1

Kooperacja

Postać normalna gry

Definicja gry

Grą w postaci normalnej nazywamy układ (S_1, S_2, W_1, W_2), gdzie

- S_i – zbiór strategii i-tego gracza $(i = 1, 2)$
- $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$ – funkcja wypłaty i-tego gracza

Postać normalna gry

Definicja gry

Grą w postaci normalnej nazywamy układ (S_1, S_2, W_1, W_2), gdzie

- S_i – zbiór strategii i-tego gracza $(i = 1, 2)$
- $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$ – funkcja wypłaty i-tego gracza

Postać normalna gry

Definicja gry

Grą w postaci normalnej nazywamy układ (S_1, S_2, W_1, W_2), gdzie

- S_i – zbiór strategii i-tego gracza $(i = 1, 2)$
- $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$ – funkcja wypłaty i-tego gracza

Postać normalna gry

Definicja gry

Grą w postaci normalnej nazywamy układ (S_1, S_2, W_1, W_2), gdzie

- S_i – zbiór strategii i-tego gracza $(i = 1, 2)$
- $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$ – funkcja wypłaty i-tego gracza

Tabela wypłat $[[W_1(x, y), W_2(x, y)]]_{x \in S_1,\ y \in S_2}$

$$\begin{bmatrix} [100, 90] & [60, 70] \\ [80, 50] & [90, 80] \end{bmatrix}$$

Postać normalna gry

Definicja gry

Grą w postaci normalnej nazywamy układ (S_1, S_2, W_1, W_2), gdzie

- S_i – zbiór strategii i-tego gracza $(i = 1, 2)$
- $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$ – funkcja wypłaty i-tego gracza

Tabela wypłat $[[W_1(x, y), W_2(x, y)]]_{x \in S_1,\ y \in S_2}$

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 90]$	$[60, 70]$
2	$[80, 50]$	$[90, 80]$

Postać normalna gry

Definicja gry

Grą w postaci normalnej nazywamy układ (S_1, S_2, W_1, W_2), gdzie

- S_i – zbiór strategii i-tego gracza $(i = 1, 2)$
- $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$ – funkcja wypłaty i-tego gracza

Tabela wypłat $[[W_1(x, y), W_2(x, y)]]_{x \in S_1,\ y \in S_2}$

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 90]$	$[60, 70]$
2	$[W_1(2, 1), 50]$	$[90, 80]$

Postać normalna gry

Definicja gry

Grą w postaci normalnej nazywamy układ (S_1, S_2, W_1, W_2), gdzie

- S_i – zbiór strategii i-tego gracza $(i = 1, 2)$
- $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$ – funkcja wypłaty i-tego gracza

Tabela wypłat $[[W_1(x, y), W_2(x, y)]]_{x \in S_1,\ y \in S_2}$

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 90]$	$[60, 70]$
2	$[80, 50]$	$[90, 80]$

Postać normalna gry

Definicja gry

Grą w postaci normalnej nazywamy układ (S_1, S_2, W_1, W_2), gdzie

- S_i – zbiór strategii i-tego gracza $(i = 1, 2)$
- $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$ – funkcja wypłaty i-tego gracza

Tabela wypłat $[[W_1(x, y), W_2(x, y)]]_{x \in S_1,\ y \in S_2}$

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 90]$	$[60, 70]$
2	$[80, W_2(2, 1)]$	$[90, 80]$

Postać normalna gry

Definicja gry

Grą w postaci normalnej nazywamy układ (S_1, S_2, W_1, W_2), gdzie

- S_i – zbiór strategii i-tego gracza $(i = 1, 2)$
- $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$ – funkcja wypłaty i-tego gracza

Tabela wypłat $[[W_1(x, y), W_2(x, y)]]_{x \in S_1,\ y \in S_2}$

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 90]$	$[60, 70]$
2	$[80, 50]$	$[90, 80]$

Pareto i Nash

- $(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **słabe optimum Pareto**, gdy

$$\neg \exists_{(x,y) \in S_1 \times S_2} \quad \forall_{i=1,2} \quad W_i(x,y) > W_i(x^*, y^*)$$

(„brak obopólnie lepszej strategii")

- $(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **słaba równowaga Nasha**, gdy

$$\begin{cases} \forall_{x \in S_1} & W_1(x^*, y^*) \geqslant W_1(x, y^*) \\ \forall_{y \in S_2} & W_2(x^*, y^*) \geqslant W_2(x^*, y) \end{cases}$$

(„nie warto samodzielnie odstępować od strategii")

Pareto i Nash

- $(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **słabe optimum Pareto**, gdy

$$\neg \exists_{(x,y) \in S_1 \times S_2} \quad \forall_{i=1,2} \quad W_i(x,y) > W_i(x^*, y^*)$$

(„brak obopólnie lepszej strategii")

- $(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **słaba równowaga Nasha**, gdy

$$\begin{cases} \forall_{x \in S_1} & W_1(x^*, y^*) \geqslant W_1(x, y^*) \\ \forall_{y \in S_2} & W_2(x^*, y^*) \geqslant W_2(x^*, y) \end{cases}$$

(„nie warto samodzielnie odstępować od strategii")

Niejednoznaczny Nash

Gra z dwiema równowagami

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 90]$	$[60, 70]$
2	$[80, 50]$	$[90, 80]$

$(1,1), (2,2)$ – równowagi Nasha

$(1,1)$ – optimum Pareto

Niejednoznaczny Nash

Gra z dwiema równowagami

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 90]$	$[60, 70]$
2	$[80, 50]$	$[90, 80]$

$(1, 1), (2, 2)$ – równowagi Nasha

$(1, 1)$ – optimum Pareto

Niejednoznaczny Nash

Gra z dwiema równowagami (Koordynacja paretowska)

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 90]$	$[60, 70]$
2	$[80, 50]$	$[90, 80]$

$(1, 1), (2, 2)$ – równowagi Nasha

$(1, 1)$ – optimum Pareto

Niepewny Pareto

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$	$[0, 200]$
2	$[200, 0]$	$[50, 50]$

$(2, 2)$ – równowaga Nasha

$(1, 1), (1, 2), (2, 1)$ – optima Pareto

$(1, 1)$ – rozwiązanie kooperacyjne Pareto
i rozwiązanie koordynacyjne

Niepewny Pareto

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$	$[0, 200]$
2	$[200, 0]$	$[50, 50]$

$(2, 2)$ – równowaga Nasha

$(1, 1), (1, 2), (2, 1)$ – optima Pareto

$(1, 1)$ – rozwiązanie kooperacyjne Pareto
i rozwiązanie koordynacyjne

Niepewny Pareto

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$	$[0, 200]$
2	$[200, 0]$	$[50, 50]$

$(2, 2)$ – równowaga Nasha

$(1, 1), (1, 2), (2, 1)$ – optima Pareto

$(1, 1)$ – rozwiązanie kooperacyjne Pareto
i rozwiązanie koordynacyjne

Niepewny Pareto

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$	$[0, 200]$
2	$[200, 0]$	$[50, 50]$

$(2, 2)$ – równowaga Nasha

$(1, 1), (1, 2), (2, 1)$ – optima Pareto

$(1, 1)$ – rozwiązanie kooperacyjne Pareto
i rozwiązanie koordynacyjne

Rozwiązanie kooperacyjne Pareto

$(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **kooperacyjnie optymalna** para strategii,gdy

- **optymalna w sensie Pareto** oraz
- **odwetowo odporna na zdradę**:

$$\begin{cases} \forall_{y \in S_2} \ \{ \ W_2(x^*, y) > W_2(x^*, y^*) \ \Rightarrow \\ \Rightarrow \ [\ \exists_{x \in S_1} \ (\ W_1(x, y) > W_1(x^*, y) \ ) \ \wedge \\ \wedge \ \forall_{x \in S_1} \ (\ W_1(x, y) > W_1(x^*, y) \Rightarrow W_2(x, y) \leq W_2(x^*, y^*) \ ) \ ] \ \} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \forall_{x \in S_1} \ \{ \ W_1(x, y^*) > W_1(x^*, y^*) \ \Rightarrow \\ \Rightarrow \ [\ \exists_{y \in S_2} \ (\ W_2(x, y) > W_2(x, y^*) \ ) \ \wedge \\ \wedge \ \forall_{y \in S_2} \ (\ W_2(x, y) > W_2(x, y^*) \Rightarrow W_1(x, y) \leq W_1(x^*, y^*) \ ) \ ] \ \} \end{cases}$$

Rozwiązanie kooperacyjne Pareto

$(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **kooperacyjnie optymalna** para strategii,gdy

- **optymalna w sensie Pareto** oraz
- **odwetowo odporna na zdradę**:

$$\begin{cases} \forall_{y \in S_2} \ \{ \ W_2(x^*, y) > W_2(x^*, y^*) \ \Rightarrow \\ \Rightarrow \ [\ \exists_{x \in S_1} \ (\ W_1(x, y) > W_1(x^*, y) \ ) \ \wedge \\ \wedge \ \forall_{x \in S_1} \ (\ W_1(x, y) > W_1(x^*, y) \Rightarrow W_2(x, y) \leqslant W_2(x^*, y^*) \ ) \ ] \ \} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \forall_{x \in S_1} \ \{ \ W_1(x, y^*) > W_1(x^*, y^*) \ \Rightarrow \\ \Rightarrow \ [\ \exists_{y \in S_2} \ (\ W_2(x, y) > W_2(x, y^*) \ ) \ \wedge \\ \wedge \ \forall_{y \in S_2} \ (\ W_2(x, y) > W_2(x, y^*) \Rightarrow W_1(x, y) \leqslant W_1(x^*, y^*) \ ) \ ] \ \} \end{cases}$$

Rozwiązanie kooperacyjne Pareto

$(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **kooperacyjnie optymalna** para strategii,gdy

- **optymalna w sensie Pareto** oraz
- **odwetowo odporna na zdradę**:

$$\begin{cases} \forall_{y \in S_2} \ \{ \ W_2(x^*, y) > W_2(x^*, y^*) \ \Rightarrow \\ \Rightarrow \ [\ \exists_{x \in S_1} \ (\ W_1(x, y) > W_1(x^*, y) \ ) \ \wedge \\ \wedge \ \forall_{x \in S_1} \ (\ W_1(x, y) > W_1(x^*, y) \Rightarrow W_2(x, y) \leqslant W_2(x^*, y^*) \ ) \ ] \ \} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \forall_{x \in S_1} \ \{ \ W_1(x, y^*) > W_1(x^*, y^*) \ \Rightarrow \\ \Rightarrow \ [\ \exists_{y \in S_2} \ (\ W_2(x, y) > W_2(x, y^*) \ ) \ \wedge \\ \wedge \ \forall_{y \in S_2} \ (\ W_2(x, y) > W_2(x, y^*) \Rightarrow W_1(x, y) \leqslant W_1(x^*, y^*) \ ) \ ] \ \} \end{cases}$$

Rozwiązanie kooperacyjne Pareto

$(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **kooperacyjnie optymalna** para strategii,gdy

- **optymalna w sensie Pareto** oraz
- **odwetowo odporna na zdradę**:

$$\begin{cases} \forall_{y \in S_2} \ \{ \ W_2(x^*, y) > W_2(x^*, y^*) \ \Rightarrow \\ \Rightarrow \ [\ \exists_{x \in S_1} \ (\ W_1(x, y) > W_1(x^*, y) \ ) \ \wedge \\ \ \wedge \ \forall_{x \in S_1} \ (\ W_1(x, y) > W_1(x^*, y) \Rightarrow W_2(x, y) \leqslant W_2(x^*, y^*) \ ) \ ] \ \} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \forall_{x \in S_1} \ \{ \ W_1(x, y^*) > W_1(x^*, y^*) \ \Rightarrow \\ \Rightarrow \ [\ \exists_{y \in S_2} \ (\ W_2(x, y) > W_2(x, y^*) \ ) \ \wedge \\ \ \wedge \ \forall_{y \in S_2} \ (\ W_2(x, y) > W_2(x, y^*) \Rightarrow W_1(x, y) \leqslant W_1(x^*, y^*) \ ) \ ] \ \} \end{cases}$$

Protokół gry umożliwia wykorzystanie zdrady współgracza.

Założenia racjonalności przy kooperacji Pareto

- Komunikacja:
  gracze mogą się porozumiewać ze sobą.
- Uczciwość:
  gracze nie są złośliwi; preferują współpracę dla wspólnych korzyści.

Założenia racjonalności przy kooperacji Pareto

- Komunikacja:
  gracze mogą się porozumiewać ze sobą.
- Uczciwość:
  gracze nie są złośliwi; preferują współpracę dla wspólnych korzyści.

Mocny Pareto i wysycenie

- $(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **mocne optimum Pareto**, gdy

$$\neg \exists_{(x,y) \in S_1 \times S_2}$$

$$\begin{cases} \forall_{i=1,2} & W_i(x,y) \geqslant W_i(x^*,y^*) \\ \exists_{i=1,2} & W_i(x,y) > W_i(x^*,y^*) \end{cases}$$

- $(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **wysycona** para strategii, gdy

$$\begin{cases} \neg \exists_{x \in S_1} & (W_2(x,y^*) \geqslant W_2(x^*,y^*) \wedge W_1(x,y^*) > W_1(x^*,y^*)) \\ \neg \exists_{y \in S_2} & (W_1(x^*,y) \geqslant W_1(x^*,y^*) \wedge W_2(x^*,y) > W_2(x^*,y^*)) \end{cases}$$

(„brak nieszkodliwie lepszej strategii")

Mocny Pareto i wysycenie

- $(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **mocne optimum Pareto**, gdy

$$\neg \exists_{(x,y) \in S_1 \times S_2}$$

$$\begin{cases} \forall_{i=1,2} \quad W_i(x,y) \geqslant W_i(x^*,y^*) \\ \exists_{i=1,2} \quad W_i(x,y) > W_i(x^*,y^*) \end{cases}$$

- $(x^*, y^*) \in S_1 \times S_2$ – **wysycona** para strategii, gdy

$$\begin{cases} \neg \exists_{x \in S_1} \quad (W_2(x,y^*) \geqslant W_2(x^*,y^*) \wedge W_1(x,y^*) > W_1(x^*,y^*)) \\ \neg \exists_{y \in S_2} \quad (W_1(x^*,y) \geqslant W_1(x^*,y^*) \wedge W_2(x^*,y) > W_2(x^*,y^*)) \end{cases}$$

(„brak nieszkodliwie lepszej strategii")

Kooperacja Pareto a równowaga Nasha

Twierdzenie (O kooperacyjności rozwiązania Nasha)

Para strategii znajdująca się w słabej równowadze Nasha jest:

(a) *wysycona,*

(b) *odwetowo odporna na zdradę.*

W szczególności:

rozwiązanie Nasha optymalne w sensie Pareto
jest kooperacyjnie optymalne.

Kooperacja Pareto a równowaga Nasha

Twierdzenie (O kooperacyjności rozwiązania Nasha)

Para strategii znajdująca się w słabej równowadze Nasha jest:

(a) *wysycona,*

(b) *odwetowo odporna na zdradę.*

W szczególności:

rozwiązanie Nasha optymalne w sensie Pareto
jest kooperacyjnie optymalne.

Kooperacja Pareto a równowaga Nasha

Twierdzenie (O kooperacyjności rozwiązania Nasha)

Para strategii znajdująca się w słabej równowadze Nasha jest:

(a) *wysycona,*

(b) *odwetowo odporna na zdradę.*

W szczególności:

rozwiązanie Nasha optymalne w sensie Pareto
jest kooperacyjnie optymalne.

Kooperacja Pareto a równowaga Nasha

Twierdzenie (O równowadze jednoznacznego rozwiązania Pareto. (Folklor?))

(a) *Jedyne optimum Pareto jest wysycone.*
Co więcej...

(b) *Jeżeli* **tylko jedno optimum Pareto jest wysycone**, *to znajduje się ono w położeniu równowagi Nasha.*

W szczególności:

jedyne optimum Pareto
jest w równowadze Nasha.

Kooperacja Pareto a równowaga Nasha

Twierdzenie (O równowadze jednoznacznego rozwiązania Pareto. (Folklor?))

(a) *Jedyne optimum Pareto jest wysycone.*
Co więcej...

(b) *Jeżeli* **tylko jedno optimum Pareto jest wysycone**, *to znajduje się ono w położeniu równowagi Nasha.*

W szczególności:

jedyne optimum Pareto
jest w równowadze Nasha.

Kooperacja Pareto a równowaga Nasha

Twierdzenie (O równowadze jednoznacznego rozwiązania Pareto. (Folklor?))

(a) *Jedyne optimum Pareto jest wysycone.*
Co więcej...

(b) *Jeżeli* **tylko jedno optimum Pareto jest wysycone**, *to znajduje się ono w położeniu równowagi Nasha.*

W szczególności:

jedyne optimum Pareto
jest w równowadze Nasha.

Kooperacja Pareto a równowaga Nasha

Twierdzenie (O równowadze jednoznacznego rozwiązania Pareto. (Folklor?))

(a) *Jedyne optimum Pareto jest wysycone.*
Co więcej...

(b) *Jeżeli* **tylko jedno optimum Pareto jest wysycone**, *to znajduje się ono w położeniu równowagi Nasha.*

W szczególności:

jedyne optimum Pareto
jest w równowadze Nasha.

Hierarchia pojęć

mocne optimum Pareto

↓

wysycone optimum Pareto

↙ ↘

optimum Pareto | wysycona

równowaga Nasha

↙ ↘

wysycona | odporna na zdrady

optimum Pareto + odporne na zdrady
= kooperacyjne

Typowa niejednoznaczność rozwiązań

[3,9] *PaW*	[9,8] *PaWK*	[7, 6]	[4, 4]	[2, 2]	[4,8] *PWK*
[1, 1]	[6, 7]	[8,8] *PWKN*	[4, 4]	[2, 2]	[1, 1]
[1, 1]	[4, 4]	[4, 4]	[6,6] *WN*	[5, 3]	[1, 1]
[1, 1]	[3, 3]	[3, 3]	[3, 5]	[4,4] *W*	[1, 1]
[5, 7]	[1, 1]	[7,8] *P*	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]
[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[3,8] *PK*

SKRÓTY: Kooperacyjne, Pareto, mocny Pareto, Nash, Wysycone

Honor a komunikacja

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ KP	$[0, 200]$ P
2	$[200, 0]$ P	$[50, 50]$ N

$(2, 2)$ – równowaga Nasha
$(1, 1), (1, 2), (2, 1)$ – optima Pareto
$(1, 1)$ – kooperacyjne optimum Pareto

Honor a komunikacja

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ KP	$[0, 200]$ P
2	$[200, 0]$ P	$[50, 50]$ N

Zarzuty wobec kooperacyjnego optimum Pareto

1. Niejednoznaczność rozwiązania.
2. Wymóg komunikacji między graczami.
3. Uczciwość współgraczy.

Honor a komunikacja

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ $K\,P$	$[0, 200]$ P
2	$[200, 0]$ P	$[50, 50]$ N

Zarzuty wobec kooperacyjnego optimum Pareto

1. Niejednoznaczność rozwiązania.
2. Wymóg komunikacji między graczami.
3. Uczciwość współgraczy.

Honor a komunikacja

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ KP	$[0, 200]$ P
2	$[200, 0]$ P	$[50, 50]$ N

Zarzuty wobec kooperacyjnego optimum Pareto

1. Niejednoznaczność rozwiązania.
2. Wymóg komunikacji między graczami.
3. Uczciwość współgraczy.

Honor a komunikacja

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ KP	$[0, 200]$ P
2	$[200, 0]$ P	$[50, 50]$ N

Zarzuty wobec kooperacyjnego optimum Pareto

1. Niejednoznaczność rozwiązania.
2. Wymóg komunikacji między graczami.
3. Uczciwość współgraczy.

Honor a komunikacja

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ $K\,P$	$[0, 200]$ P
2	$[200, 0]$ P	$[50, 50]$ N

Zarzuty wobec kooperacyjnego optimum Pareto

1. Niejednoznaczność rozwiązania.
2. Wymóg komunikacji między graczami.
3. Uczciwość współgraczy.

Przy braku możliwości porozumiewania się
przed nieefektywnym wyborem strategii więźniów powstrzymuje
niepisany kodeks honorowy

Honor a komunikacja

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ KP	$[0, 200]$ P
2	$[200, 0]$ P	$[50, 50]$ N

Zarzuty wobec kooperacyjnego optimum Pareto

1. Niejednoznaczność rozwiązania.
2. Wymóg komunikacji między graczami.
3. Uczciwość współgraczy.

Jeżeli choć jeden z graczy
ma skłonności do oszukiwania, to
należy grać niekooperacyjnie – zgodnie z teorią Nasha

Część 2

Koordynacja

Koordynacja, komunikacja, uczciwość

Przy braku komunikacji nawet uczciwi gracze mogą błędnie obrać strategie. Jest to szczególnie bolesne przy grach jednorazowych, gdzie nie ma powtórek pozwalających na ewolucyjne dostosowywanie swej strategii. Co wybrać poniżej?

Problem koordynacji

$x \diagdown y$	1	2
1	$[10, 10]$	$[30, 30]$ KPN
2	$[30, 30]$ KPN	$[20, 20]$ S

Kooperacja Pareto i Nasha może być w praktyce bezużyteczna. Można nie trafić w Pareto-optymalną równowagę Nasha.

Najlepiej wybrać to samo co współgracz, tak by obaj uczestnicy gry wyszli na tym jak najlepiej - Synchronizacja, inaczej: koordynacja.

Koordynacja, komunikacja, uczciwość

Przy braku komunikacji nawet uczciwi gracze mogą błędnie obrać strategie. Jest to szczególnie bolesne przy grach jednorazowych, gdzie nie ma powtórek pozwalających na ewolucyjne dostosowywanie swej strategii. Co wybrać poniżej?

Problem koordynacji

$x \diagdown y$	1	2
1	$[10, 10]$	$[30, 30]$ KPN
2	$[30, 30]$ KPN	$[20, 20]$ S

Kooperacja Pareto i Nasha może być w praktyce bezużyteczna. Można nie trafić w Pareto-optymalną równowagę Nasha.

Najlepiej wybrać to samo co współgracz, tak by obaj uczestnicy gry wyszli na tym jak najlepiej - Synchronizacja, inaczej: koordynacja.

Koordynacja, komunikacja, uczciwość

Przy braku komunikacji nawet uczciwi gracze mogą błędnie obrać strategie. Jest to szczególnie bolesne przy grach jednorazowych, gdzie nie ma powtórek pozwalających na ewolucyjne dostosowywanie swej strategii. Co wybrać poniżej?

Problem koordynacji

$x \diagdown y$	1	2
1	$[10, 10]$	$[30, 30]$ KPN
2	$[30, 30]$ KPN	$[20, 20]$ S

Kooperacja Pareto i Nasha może być w praktyce bezużyteczna. Można nie trafić w Pareto-optymalną równowagę Nasha.

Najlepiej wybrać to samo co współgracz, tak by obaj uczestnicy gry wyszli na tym jak najlepiej - Synchronizacja, inaczej: koordynacja.

Nieco historii: klasyka

Vilfredo Pareto

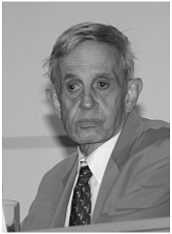
optimum

1890-1906 (?)

John Nash

equilibrium

1950-1953



Problem racjonalności (*rationality*)

Jeśli gracze są racjonalni (w rozumieniu odpowiednich aksjomatów), to powinni stosować rozwiązanie Nasha.

Nieco historii: klasyka

Vilfredo Pareto

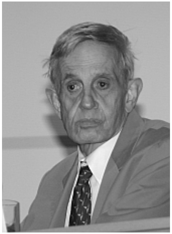
optimum

1890-1906 (?)

John Nash

equilibrium

1950-1953



Problem racjonalności (*rationality*)

Jeśli gracze są racjonalni (w rozumieniu odpowiednich aksjomatów), to powinni stosować rozwiązanie Nasha.

Nieco historii: klasyka

Vilfredo Pareto

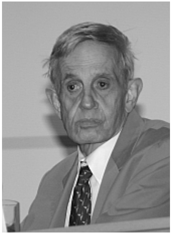
optimum

1890-1906 (?)

John Nash

equilibrium

1950-1953



Problem racjonalności (*rationality*)

Jeśli gracze są racjonalni (w rozumieniu odpowiednich aksjomatów), to powinni stosować rozwiązanie Nasha.

Postulat *common knowledge* wg Aumanna [1995]

Wspólna wiedza

Ja wiem, że ty wiesz, że ja wiem, że ty wiesz, ...

nie jest potrzebna w dowodzie powyższego dla gier dwuosobowych.

Nieco historii: klasyka

Vilfredo Pareto

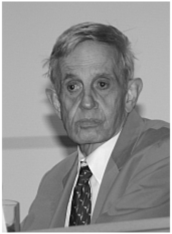
optimum

1890-1906 (?)

John Nash

equilibrium

1950-1953



Problem racjonalności (*rationality*)

Jeśli gracze są racjonalni (w rozumieniu odpowiednich aksjomatów), to powinni stosować rozwiązanie Nasha.

Problem irracjonalności

Prawdziwi gracze (w tym specjaliści od teorii gier) w przeprowadzanych eksperymentach (typu Powtarzany Dylemat Więźnia, Dylemat Podróżnika) nie są racjonalni.

Historia najnowsza: Racjonalność

Ariel Rubinstein
— badania nad **racjonalnością**;

„*Modeling bounded rationality*” (MIT 1998)

http://arielrubinstein.tau.ac.il/

Historia najnowsza: Nadracjonalność

Douglas Hofstadter

superrationality

1983

— prekursor **nadracjonalności** w grach symetrycznych;

„*Dilemmas for Superrational Thinkers*"
(Scientific American, June 1983, *Metamagical Themas*
– cykl w miejsce *Mathematical Games* Martina Gardnera)

Nadracjonalność

Podstawowe mankamenty:

- Niejasny status naukowy
  – brak informacji o pracach badawczych,
  – brak twierdzeń (powszechnie znanych i/lub głębokich)
- Jak przenieść koncepcję na przypadek niesymetryczny?
- Zachowanie odbiegające od klasycznej racjonalności.
  Tzw. *magiczne myślenie*: wierzę, że gracze zrobią to samo co ja, bo tak jest dobrze dla wszystkich.

Uwaga: Nie miałem dostępu do oryginalnych rozważań o nadracjonalności. Jedyne źródła: Wikipedia, Google Books.

Nadracjonalność

Podstawowe mankamenty:

- Niejasny status naukowy
  - brak informacji o pracach badawczych,
  - brak twierdzeń (powszechnie znanych i/lub głębokich)
- Jak przenieść koncepcję na przypadek niesymetryczny?
- Zachowanie odbiegające od klasycznej racjonalności. Tzw. *magiczne myślenie*: wierzę, że gracze zrobią to samo co ja, bo tak jest dobrze dla wszystkich.

Uwaga: Nie miałem dostępu do oryginalnych rozważań o nadracjonalności. Jedyne źródła: Wikipedia, Google Books.

Nadracjonalność

Podstawowe mankamenty:

- Niejasny status naukowy
  – brak informacji o pracach badawczych,
  – brak twierdzeń (powszechnie znanych i/lub głębokich)
- Jak przenieść koncepcję na przypadek niesymetryczny?
- Zachowanie odbiegające od klasycznej racjonalności.
  Tzw. *magiczne myślenie*: wierzę, że gracze zrobią to samo co ja, bo tak jest dobrze dla wszystkich.

Uwaga: Nie miałem dostępu do oryginalnych rozważań o nadracjonalności. Jedyne źródła: Wikipedia, Google Books.

Nadracjonalność

Podstawowe mankamenty:

- Niejasny status naukowy
  – brak informacji o pracach badawczych,
  – brak twierdzeń (powszechnie znanych i/lub głębokich)
- Jak przenieść koncepcję na przypadek niesymetryczny?
- Zachowanie odbiegające od klasycznej racjonalności.
  Tzw. *magiczne myślenie*: wierzę, że gracze zrobią to samo co ja, bo tak jest dobrze dla wszystkich.

Uwaga: Nie miałem dostępu do oryginalnych rozważań o nadracjonalności. Jedyne źródła: Wikipedia, Google Books.

Nadracjonalność

Podstawowe mankamenty:

- Niejasny status naukowy
  – brak informacji o pracach badawczych,
  – brak twierdzeń (powszechnie znanych i/lub głębokich)
- Jak przenieść koncepcję na przypadek niesymetryczny?
- Zachowanie odbiegające od klasycznej racjonalności.
  Tzw. *magiczne myślenie*: wierzę, że gracze zrobią to samo co ja, bo tak jest dobrze dla wszystkich.

Uwaga: Nie miałem dostępu do oryginalnych rozważań o nadracjonalności. Jedyne źródła: Wikipedia, Google Books.

Założenia przebiegu gry

G1 One-shot game:
jednokrotna rozgrywka.

G2 No communication:
gracze nie mogą się porozumiewać.

G3 Simultaneous play:
gracze wybierają swe strategie jednocześnie.

Założenia przebiegu gry

G1 One-shot game:
jednokrotna rozgrywka.

G2 No communication:
gracze nie mogą się porozumiewać.

G3 Simultaneous play:
gracze wybierają swe strategie jednocześnie.

Założenia przebiegu gry

G1 One-shot game:
jednokrotna rozgrywka.

G2 No communication:
gracze nie mogą się porozumiewać.

G3 Simultaneous play:
gracze wybierają swe strategie jednocześnie.

Założenia racjonalności przy koordynacji

P1 Common knowledge:
gracze są w stanie przeanalizować wszystkie możliwe sytuacje.

P2 Honesty:
gracze chcą maksymalizować swe zyski, ale nie kosztem innych; gracze nie są złośliwi i nie mają skłonnosci do zdrady; gracze preferują osiąganie wspólnych korzyści wg zasady „postępuj tak jak byś chciał, aby inni postępowali”.

P3 Risk aversion:
gracze nie mają skłonności do hazardu; chcą dokonać takiego wyboru, aby zminimalizować ewentualne szkody wynikłe z błędów synchronizacji.

Założenia racjonalności przy koordynacji

P1 Common knowledge:
gracze są w stanie przeanalizować wszystkie możliwe sytuacje.

P2 Honesty:
gracze chcą maksymalizować swe zyski, ale nie kosztem innych; gracze nie są złośliwi i nie mają skłonnosci do zdrady; gracze preferują osiąganie wspólnych korzyści wg zasady „postępuj tak jak byś chciał, aby inni postępowali”.

P3 Risk aversion:
gracze nie mają skłonności do hazardu; chcą dokonać takiego wyboru, aby zminimalizować ewentualne szkody wynikłe z błędów synchronizacji.

Założenia racjonalności przy koordynacji

P1 Common knowledge:
gracze są w stanie przeanalizować wszystkie możliwe sytuacje.

P2 Honesty:
gracze chcą maksymalizować swe zyski, ale nie kosztem innych; gracze nie są złośliwi i nie mają skłonnosci do zdrady; gracze preferują osiąganie wspólnych korzyści wg zasady „postępuj tak jak byś chciał, aby inni postępowali”.

P3 Risk aversion:
gracze nie mają skłonności do hazardu; chcą dokonać takiego wyboru, aby zminimalizować ewentualne szkody wynikłe z błędów synchronizacji.

Racjonalność graczy i przebieg gry - motywacja

Gracze

- nie mogą się ze sobą porozumiewać,
- są uczciwi (nie zdradzają i nie są złośliwi),
- chcą współpracować,
- nie lubią ryzyka.

Muszą podjąć jak najlepsze decyzje na oślep.

Symetria a koordynacja

Najłatwiej wczuć się w sytuację współuczestnika rozgrywki, gdy gra jest symetryczna.

Definicja gry symetrycznej

Niech $W_i : S_1 \times S_2 \to \mathbb{R}$, $i = 1, 2$.
(S_1, S_2, W_1, W_2) — **gra symetryczna**, gdy

- $S := S_1 = S_2$,
- $\forall_{x,y \in S} \;\; W_2(y, x) = W_1(x, y)$.

OZNACZENIE Q:

$$\begin{cases} W_1(x, y) = x^T Q\, y \\ W_2(x, y) = y^T Q\, x \end{cases}$$

Rozwiązanie koordynacyjne. Wywód

Krok (I)

Jeśli wybiorę $\overline{x} \in S$ oczekując, że współgracz wybierze $y \in S$,
to myślący podobnie
współgracz wybierze $\overline{x} \in S$ oczekując, że to ja wybiorę $y \in S$.

Wybierzemy więc symetryczną parę strategii
$(\overline{x}, \overline{x}) \in S \times S$.

Rozwiązanie koordynacyjne. Wywód

Krok (II)

Uczestnicy gry mogą jednak
nie akceptować wypłaty
$W_i(\overline{x}, \overline{x}) = \overline{x}^T Q \, \overline{x}$

wiedząc, że gdyby obaj wybrali
pewną wspólną strategię $x^* \in S$,

to uzyskaliby więcej
$W_i(x^*, x^*) = x^* Q \, x^* > \overline{x}^T Q \, \overline{x}$.

Rozwiązanie koordynacyjne. Wywód

Krok (III)

Nawet gdyby dla obu graczy korzystniejsze było zastosowanie jednej z dwu asymetrycznych par strategii $(\overline{x}, y)$ lub $(x, \overline{y})$ zamiast (x^*, x^*), to nie są oni w stanie skomunikować się, aby dokonać zgodnego wyboru.

Muszą synchronizować się „na oślep"

$$\max \longrightarrow x^T Q\, x.$$

Rozwiązanie koordynacyjne. Określenie

Koordynacja — wersja podstawowa

$x^* \in S$ – **rozwiązanie koordynacyjne** (albo: **synchronizacyjne**), gdy

$$x^* = \operatorname{Arg}\max_{x \in S} W_i(x,x) = \operatorname{Arg}\max_{x \in S} x^T Q\, x, \quad i = 1, 2.$$

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ KPS	$[0, 200]$ P
2	$[200, 0]$ P	$[50, 50]$ N

Koordynacja

$x \diagdown y$	1	2
1	$[10, 10]$	$[30, 30]$ KPN
2	$[30, 30]$ KPN	$[20, 20]$ S

Rozwiązanie koordynacyjne. Przykłady

Koordynacja — wersja podstawowa

$x^* \in S$ – **rozwiązanie koordynacyjne** (albo: **synchronizacyjne**), gdy

$$x^* = \operatorname{Arg}\max_{x \in S} W_i(x,x) = \operatorname{Arg}\max_{x \in S} x^T Q\, x, \;\; i = 1, 2.$$

Dylemat więźnia

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ KPS	$[0, 200]$ P
2	$[200, 0]$ P	$[50, 50]$ N

Koordynacja

$x \diagdown y$	1	2
1	$[10, 10]$	$[30, 30]$ KPN
2	$[30, 30]$ KPN	$[20, 20]$ S

Jednoznaczość a błąd synchronizacji. Motywacja

Koordynacja — wersja podstawowa

$x^* \in S$ – **rozwiązanie koordynacyjne**, gdy

$$x^* = \text{Arg} \max_{x \in S} W_i(x, x) = \text{Arg} \max_{x \in S} x^T Q\, x, \;\; i = 1, 2.$$

W przypadku, gdy

$$A^* = \text{Arg} \max_{x \in S} W_i(x, x) = \text{Arg} \max_{x \in S} x^T Q\, x, \;\; i = 1, 2,$$

zawiera więcej niż jeden element, wybór najlepszej wspólnej strategii pozostaje problematyczny.

Rozsądne kryterium: wybrać tak, aby ewentualny błąd partnera przyniósł jak najmniej szkód.

Jednoznaczość a błąd synchronizacji. Motywacja

Koordynacja — wersja podstawowa

$x^* \in S$ – **rozwiązanie koordynacyjne**, gdy

$$x^* = \operatorname{Arg} \max_{x \in S} W_i(x, x) = \operatorname{Arg} \max_{x \in S} x^T Q\, x, \ \ i = 1, 2.$$

W przypadku, gdy

$$A^* = \operatorname{Arg} \max_{x \in S} W_i(x, x) = \operatorname{Arg} \max_{x \in S} x^T Q\, x, \ \ i = 1, 2,$$

zawiera więcej niż jeden element, wybór najlepszej wspólnej strategii pozostaje problematyczny.

Rozsądne kryterium: wybrać tak, aby ewentualny błąd partnera przyniósł jak najmniej szkód.

Jednoznaczość a błąd synchronizacji. Podejście 1

Naiwna zasada najmniejszych szkód

Minimalny zysk przy błędzie partnera:

$$\max_{x \in A^*} \longrightarrow L(x) := \min_{y \in A^*} \; x^T Q \, y.$$

Koordynacja — ubezpieczona wersja podstawowa

$x^* \in S$ – **rozwiązanie koordynacyjne**, gdy

$$x^* = \operatorname{Arg} \max_{x \in A^*} L(x).$$

Jednoznaczość a błąd synchronizacji. Podejście 1

Naiwna zasada najmniejszych szkód

Minimalny zysk przy błędzie partnera:

$$\max_{x \in A^*} \longrightarrow L(x) := \min_{y \in A^*} \; x^T Q \, y.$$

Koordynacja — ubezpieczona wersja podstawowa

$x^* \in S$ – **rozwiązanie koordynacyjne**, gdy

$$x^* = \operatorname{Arg} \max_{x \in A^*} L(x).$$

Jednoznaczość a błąd synchronizacji. Podejście 1

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ S	$[90, 80]$
2	$[80, 90]$	$[100, 100]$

Mamy $A^* = S = \{1, 2\}$.

Uczestnicy powinni wybrać $x^* = 1 \in A^*$,
ponieważ w razie pomyłki współgracza uzyskają wypłatę 90,
wyższą niż wypłata 80 otrzymywana,
gdy jeden z graczy zdecydował się na strategię $x = 2$,
a drugi omyłkowo wybrał $y = 1$.

Dostajemy **jednoznaczne rozwiązanie**.

Jednoznaczość a błąd synchronizacji. Podejście 1

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$ S	$[90, 80]$
2	$[80, 90]$	$[100, 100]$

Mamy $A^* = S = \{1, 2\}$, $L(1) = 90$, $L(2) = 80$.

Uczestnicy powinni wybrać $\boxed{x^* = 1 \in A^*}$,
ponieważ w razie pomyłki współgracza uzyskają wypłatę 90,
wyższą niż wypłata 80 otrzymywana,
gdy jeden z graczy zdecydował się na strategię $x = 2$,
a drugi omyłkowo wybrał $y = 1$.

Dostajemy **jednoznaczne rozwiązanie**.

Deterministyczna koordynacja w ogólności... nie działa

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$	$[70, 70]$
2	$[70, 70]$	$[100, 100]$

Mamy $A^* = S = \{1, 2\}$, $L(1) = L(2) = 70$.

Uczestnicy nie są w stanie wybrać strategii
mniej szkodliwej przy błędzie partnera.

Dostajemy **niejednoznaczne rozwiązanie**.

Pożyteczna losowość

Stosowanie strategii mieszanych w grach jednorazowych, nawet przez osobników niechętnych hazardowi, ma sens, gdy nie można w żaden inny sposób podjąć decyzji.

Deterministyczna koordynacja w ogólności... nie działa

$x \diagdown y$	1	2
1	$[100, 100]$	$[70, 70]$
2	$[70, 70]$	$[100, 100]$

Mamy $A^* = S = \{1, 2\}$, $L(1) = L(2) = 70$.

Uczestnicy nie są w stanie wybrać strategii
mniej szkodliwej przy błędzie partnera.

Dostajemy **niejednoznaczne rozwiązanie**.

Pożyteczna losowość

Stosowanie strategii mieszanych w grach jednorazowych, nawet przez osobników niechętnych hazardowi, ma sens, gdy nie można w żaden inny sposób podjąć decyzji.

Jednoznaczość a błąd synchronizacji. Podejście 1 źle działa

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[10, 10]$	$[20, 20]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[10, 10]$	$[20, 20]$
3	$[10, 10]$	$[10, 10]$	$[50, 50]$	$[20, 20]$
4	$[20, 20]$	$[20, 20]$	$[20, 20]$	$[50, 50]$

Mamy $A^* = S = \{1, 2, 3, 4\}$.

Naiwna zasada najmniejszych szkód sugeruje wybrać

$$x^* = 4 \in S = \{1, 2, 3, 4\},$$

co gwarantuje uzyskanie wypłaty co najmniej 20 w sytuacji, gdy współgracz się pomyli.

Jednoznaczość a błąd synchronizacji. Podejście 1 źle działa

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[10, 10]$	$[20, 20]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[10, 10]$	$[20, 20]$
3	$[10, 10]$	$[10, 10]$	$[50, 50]$	$[20, 20]$
4	$[20, 20]$	$[20, 20]$	$[20, 20]$	[50,50]

Mamy $A^* = S = \{1, 2, 3, 4\}$, $L(1) = L(2) = L(3) = 10$, $L(4) = 20$.

Naiwna zasada najmniejszych szkód sugeruje wybrać

$$x^* = 4 \in S = \{1, 2, 3, 4\},$$

co gwarantuje uzyskanie wypłaty co najmniej 20
w sytuacji, gdy współgracz się pomyli.

Jednoznaczość a błąd synchronizacji. Podejście 1 źle działa

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	[50,50]	[60,60]	[10, 10]	[20, 20]
2	[60,60]	[50,50]	[10, 10]	[20, 20]
3	[10, 10]	[10, 10]	[50, 50]	[20, 20]
4	[20, 20]	[20, 20]	[20, 20]	[50, 50]

Mamy $A^* = S = \{1, 2, 3, 4\}$.

Ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje wylosować

$$x^* \in X^* = \{1, 2\} \subset S = \{1, 2, 3, 4\},$$

co gwarantuje uzyskanie wypłaty co najmniej 50
w sytuacji, gdy współgracz się pomyli (w obrębie $X^* \subsetneq S$).

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 2

Funkcjonał J minimalnej wypłaty

$$\max_{B \subset S} \longrightarrow \; J(B) := \min_{x,y \in B} \; x^T Q\, y$$

Niejednoznaczność zagadnienia maksymalizacji znowu stanowi problem.

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[30, 30]$	$[10, 10]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[80, 80]$	$[10, 10]$
3	$[30, 30]$	$[80, 80]$	$[50, 50]$	$[70, 70]$
4	$[10, 10]$	$[10, 10]$	$[70, 70]$	$[50, 50]$

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$, $L(1) = L(2) = L(4) = 10$, $L(3) = 30 \Rightarrow x^* = 3$.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Co wybrać?

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[30, 30]$	$[10, 10]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[80, 80]$	$[10, 10]$
3	$[30, 30]$	$[80, 80]$	[50,50]	$[70, 70]$
4	$[10, 10]$	$[10, 10]$	$[70, 70]$	$[50, 50]$

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$,
$L(1) = L(2) = L(4) = 10$, $L(3) = 30 \Rightarrow x^* = 3$.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Co wybrać?

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[30, 30]$	$[10, 10]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[80, 80]$	$[10, 10]$
3	$[30, 30]$	$[80, 80]$	$[50, 50]$	$[70, 70]$
4	$[10, 10]$	$[10, 10]$	$[70, 70]$	$[50, 50]$

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$,
   $L(1) = L(2) = L(4) = 10$, $L(3) = 30 \Rightarrow x^* = 3$.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Co wybrać?

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	[50,50]	[60,60]	[30, 30]	[10, 10]
2	[60,60]	[50,50]	[80, 80]	[10, 10]
3	[30, 30]	[80, 80]	[50, 50]	[70, 70]
4	[10, 10]	[10, 10]	[70, 70]	[50, 50]

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$,
   $L(1) = L(2) = L(4) = 10$, $L(3) = 30 \Rightarrow x^* = 3$.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Co wybrać?

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[30, 30]$	$[10, 10]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[80, 80]$	$[10, 10]$
3	$[30, 30]$	$[80, 80]$	$[50, 50]$	$[70, 70]$
4	$[10, 10]$	$[10, 10]$	$[70, 70]$	$[50, 50]$

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$, $L(1) = L(2) = L(4) = 10$, $L(3) = 30 \Rightarrow x^* = 3$.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Co wybrać?

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[30, 30]$	$[30, 30]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[80, 80]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[80, 80]$	$[50, 50]$	$[70, 70]$
4	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[70, 70]$	$[50, 50]$

Analiza gry podobnej do poprzedniej daje następujący obraz

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$,
   $L(1) = L(2) = L(3) = L(4) = 30 \Rightarrow$ niejednoznaczność.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[30, 30]$	$[30, 30]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[80, 80]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[80, 80]$	$[50, 50]$	$[70, 70]$
4	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[70, 70]$	$[50, 50]$

Analiza gry podobnej do poprzedniej daje następujący obraz

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$, $L(1) = L(2) = L(3) = L(4) = 30 \Rightarrow$ niejednoznaczność.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[30, 30]$	$[30, 30]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[80, 80]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[80, 80]$	$[50, 50]$	$[70, 70]$
4	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[70, 70]$	$[50, 50]$

Analiza gry podobnej do poprzedniej daje następujący obraz

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$,
$L(1) = L(2) = L(3) = L(4) = 30 \Rightarrow$ niejednoznaczność.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$
realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[30, 30]$	$[30, 30]$
2	$[60, 60]$	$[50,50]$	$[80,80]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[80,80]$	$[50,50]$	$[70, 70]$
4	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[70, 70]$	$[50, 50]$

Analiza gry podobnej do poprzedniej daje następujący obraz

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$, $L(1) = L(2) = L(3) = L(4) = 30 \Rightarrow$ niejednoznaczność.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	$[50, 50]$	$[60, 60]$	$[30, 30]$	$[30, 30]$
2	$[60, 60]$	$[50, 50]$	$[80, 80]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[80, 80]$	$[50, 50]$	$[70, 70]$
4	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[70, 70]$	$[50, 50]$

Analiza gry podobnej do poprzedniej daje następujący obraz

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$, $L(1) = L(2) = L(3) = L(4) = 30 \Rightarrow$ niejednoznaczność.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Co wybrać?

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Podejście 1, 2 i...?

$x \diagdown y$	1	2	3	4
1	[50, 50]	[60, 60]	[30, 30]	[30, 30]
2	[60, 60]	[50,50]	[80,80]	[30, 30]
3	[30, 30]	[80,80]	[50,50]	[70, 70]
4	[30, 30]	[30, 30]	[70, 70]	[50, 50]

Analiza gry podobnej do poprzedniej daje następujący obraz

1. Wg Podejścia 1: $A^* = \{1, 2, 3, 4\} = S$,
   $L(1) = L(2) = L(3) = L(4) = 30 \Rightarrow$ niejednoznaczność.
2. Wg Podejścia 2: $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B)$.
3. Intuicyjnie pojmowana ulepszona zasada najmniejszych szkód sugeruje z kolei $X^* = \{2, 3\}$.

Wybieramy $X^* = \{2, 3\}$, gwoli spójności procedury.

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Mniej znaczy więcej?

$x \diagdown y$	1	2	3
1	$[50, 50]$	$[10, 10]$	$[30, 30]$
2	$[10, 10]$	$[50, 50]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[40, 40]$

Wiadomo, że $B = \{1\}, \{2\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B) = 50$, ale $L(1) = L(2) = 10$.

Co wybrać?

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Mniej znaczy więcej?

$x \diagdown y$	1	2	3
1	$[50, 50]$	$[10, 10]$	$[30, 30]$
2	$[10, 10]$	$[50, 50]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[40,40]$

Wiadomo, że $B = \{1\}, \{2\}$ realizują $\max_{B \subset S} J(B) = 50$, ale $L(1) = L(2) = 10$.

Ze względu na jednoznaczność należy wybrać $x^* = 3$ i wtedy $(x^*)^T Q\, x^* = 40$, $L(3) = 30 > 10$.

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Jednak więcej?

$x \diagdown y$	1	2	3
1	$[50, 50]$	$[35, 35]$	$[30, 30]$
2	$[35, 35]$	$[50, 50]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[40, 40]$

Co wybrać?

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Jednak więcej?

$x \diagdown y$	1	2	3
1	$[50, 50]$	$[35, 35]$	$[30, 30]$
2	$[35, 35]$	$[50, 50]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[40, 40]$

Ze względu na jednoznaczność można wybrać $x^* = 3$ i wtedy $(x^*)^T Q\, x^* = 40$.

Wydaje się, że tym razem $X^* = \{1, 2\}$ jest „dość konkurencyjne”, ale niepewność sugeruje mniej ryzykowne rozwiązanie $x^* = 3$...

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Jednak więcej?

$x \diagdown y$	1	2	3
1	[50,50]	[35,35]	[30, 30]
2	[35,35]	[50,50]	[30, 30]
3	[30, 30]	[30, 30]	[40, 40]

Ze względu na jednoznaczność można wybrać $x^* = 3$ i wtedy $(x^*)^T Q\, x^* = 40$.

Wydaje się, że tym razem $X^* = \{1, 2\}$ jest „dość konkurencyjne”,
ale niepewność sugeruje mniej ryzykowne rozwiązanie $x^* = 3$...

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Jednak więcej?

$x \diagdown y$	1	2	3
1	$[50, 50]$	$[35, 35]$	$[30, 30]$
2	$[35, 35]$	$[50, 50]$	$[30, 30]$
3	$[30, 30]$	$[30, 30]$	$[40,40]$

Ze względu na jednoznaczność można wybrać $x^* = 3$ i wtedy $(x^*)^T Q\, x^* = 40$.

Wydaje się, że tym razem $X^* = \{1, 2\}$ jest „dość konkurencyjne”, ale niepewność sugeruje mniej ryzykowne rozwiązanie $x^* = 3$...

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Jakby więcej...

$x \diagdown y$	1	2	3
1	$[50, 50]$	$[10, 10]$	$[30, 30]$
2	$[10, 10]$	$[50, 50]$	$[60, 60]$
3	$[30, 30]$	$[60, 60]$	$[40, 40]$

Co wybrać?

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Jakby więcej...

$x \diagdown y$	1	2	3
1	$[50, 50]$	$[10, 10]$	$[30, 30]$
2	$[10, 10]$	$[50, 50]$	$[60, 60]$
3	$[30, 30]$	$[60, 60]$	$[40,40]$

Ze względu na jednoznaczność można znów wybrać $x^* = 3$ i wtedy $(x^*)^T Q\, x^* = 40$.

Tym razem $X^* = \{2, 3\}$ jest „bardzo konkurencyjne” wobec $x^* = 3$.
Dogłębniejsza analiza sugeruje wręcz ujednoznacznienie $x = 2$ wśród obu strategii $x \in \{1, 2\}$ realizujących $\max_{x \in S}\ x^T Q\, x$

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Jakby więcej...

$x \diagdown y$	1	2	3
1	$[50, 50]$	$[10, 10]$	$[30, 30]$
2	$[10, 10]$	[50,50]	[60,60]
3	$[30, 30]$	[60,60]	[40,40]

Ze względu na jednoznaczność można znów wybrać $x^* = 3$ i wtedy $(x^*)^T Q\, x^* = 40$.

Tym razem $X^* = \{2, 3\}$ jest „bardzo konkurencyjne” wobec $x^* = 3$.

Dogłębniejsza analiza sugeruje wręcz ujednoznacznienie $x = 2$ wśród obu strategii $x \in \{1, 2\}$ realizujących $\max_{x \in S}\ x^T Q\, x$

Jednoznaczość i błąd synchronizacji. Jakby więcej...

$x \diagdown y$	1	2	3
1	$[50, 50]$	$[10, 10]$	$[30, 30]$
2	$[10, 10]$	$[50,50]$	$[60, 60]$
3	$[30, 30]$	$[60, 60]$	$[40, 40]$

Ze względu na jednoznaczność można znów wybrać $x^* = 3$ i wtedy $(x^*)^T Q\, x^* = 40$.

Tym razem $X^* = \{2, 3\}$ jest „bardzo konkurencyjne” wobec $x^* = 3$.

Dogłębniejsza analiza sugeruje wręcz ujednoznacznienie $x = 2$ wśród obu strategii $x \in \{1, 2\}$ realizujących $\max_{x \in S}\ x^T Q\, x$

Jednoznaczna koordynacja

Ogólna definicja rozwiązania koordynacyjnego... ?

W klasycznych przykładach sprawdza się podstawowa wersja definicji.

Jednoznaczna koordynacja

Ogólna definicja rozwiązania koordynacyjnego... ?

W klasycznych przykładach sprawdza się podstawowa wersja definicji.

Przegląd gier symetrycznych: *friend or foe*

„Przyjaciel, czy wróg"

$x \diagdown y$	100	99
100	$[50, 50]$	$[0, 100]$
99	$[100, 0]$	$[0, 0]$

Pareto	$(100, 100)$, $(100, 99)$, $(99, 100)$
Nash	$(100, 99)$, $(99, 100)$, $(99, 99)$
Kooperacyjne	$(100, 99)$, $(99, 100)$
Koordynacyjne	$(100, 100)$

Przegląd gier symetrycznych: *chicken game*

„Kto stchórzy, czyli Cykor”

$x \diagdown y$	100	99
100	$[60, 60]$	$[20, 70]$
99	$[70, 20]$	$[0, 0]$

Pareto	$(100, 100)$, $(100, 99)$, $(99, 100)$
Nash	$(100, 100)$, $(100, 99)$, $(99, 100)$
Kooperacyjne	$(100, 100)$, $(100, 99)$, $(99, 100)$
Koordynacyjne	$(100, 100)$

Przegląd gier symetrycznych: *grabbing game*

„Okradanie się”

$x \diagdown y$	100	99
100	$[v, v]$	$[2v, 0]$
99	$[0, 2v]$	$[v, v]$

Pareto	$(100, 100)$, $(100, 99)$, $(99, 100)$, $(99, 99)$
Nash	$(100, 100)$
Kooperacyjne	$(100, 100)$, $(99, 99)$
Koordynacyjne	$(100, 100)$

Przegląd gier symetrycznych: *stag hunt*

„Królik, czy dzik, albo Polowanie”

$x \diagdown y$	100	99
100	$[40, 40]$	$[10, 30]$
99	$[30, 10]$	$[30, 30]$

Pareto	$(100, 100)$
Nash	$(100, 100)$, $(99, 99)$
Kooperacyjne	$(100, 100)$
Koordynacyjne	$(100, 100)$

Przegląd gier symetrycznych: *traveler's dilemma*

„Dylemat podróżnika"

- $S = S_1 = S_2 = \{1, 2, \ldots, 99, 100\}$
- $W_1(x, y) = \min(x, y) + 2 \cdot \mathrm{sign}(y - x) = W_2(y, x)$

$x \diagdown y$	100	99	98	97	...	3	2
100	[100, 100]	[97, 101]	[96, 100]	[95, 99]	...	[1, 5]	[0, 4]
99	[101, 97]	[99, 99]	[96, 100]	[95, 99]	...	[1, 5]	[0, 4]
98	[100, 96]	[100, 96]	[98, 98]	[95, 99]	...	[1, 5]	[0, 4]
97	[99, 95]	[99, 95]	[99, 95]	[97, 97]	...	[1, 5]	[0, 4]
...	...	...	...	...	...	...	...
3	[5, 1]	[5, 1]	[5, 1]	[5, 1]	...	[3, 3]	[0, 4]
2	[4, 0]	[4, 0]	[4, 0]	[4, 0]	...	[4, 0]	[2, 2]

Przegląd gier symetrycznych: *traveler's dilemma*

„Dylemat podróżnika"

- $S = S_1 = S_2 = \{1, 2, \dots, 99, 100\}$
- $W_1(x, y) = \min(x, y) + 2 \cdot \mathrm{sign}(y - x) = W_2(y, x)$

$x \diagdown y$	100	99	98	97	...	3	2
100	[100, 100]	[97, 101]	[96, 100]	[95, 99]	...	[1, 5]	[0, 4]
99	[101, 97]	[99, 99]	[96, 100]	[95, 99]	...	[1, 5]	[0, 4]
98	[100, 96]	[100, 96]	[98, 98]	[95, 99]	...	[1, 5]	[0, 4]
97	[99, 95]	[99, 95]	[99, 95]	[97, 97]	...	[1, 5]	[0, 4]
...	...	...	...	...	...	...	...
3	[5, 1]	[5, 1]	[5, 1]	[5, 1]	...	[3, 3]	[0, 4]
2	[4, 0]	[4, 0]	[4, 0]	[4, 0]	...	[4, 0]	[2, 2]

Przegląd gier symetrycznych: *traveler's dilemma*

$x \diagdown y$	100	99	98	97	...	3	2
100	[100, 100]	[97, 101]	[96, 100]	[95, 99]	...	[1, 5]	[0, 4]
99	[101, 97]	[99, 99]	[96, 100]	[95, 99]	...	[1, 5]	[0, 4]
98	[100, 96]	[100, 96]	[98, 98]	[95, 99]	...	[1, 5]	[0, 4]
97	[99, 95]	[99, 95]	[99, 95]	[97, 97]	...	[1, 5]	[0, 4]
...	...	...	...	...	...	...	...
3	[5, 1]	[5, 1]	[5, 1]	[5, 1]	...	[3, 3]	[0, 4]
2	[4, 0]	[4, 0]	[4, 0]	[4, 0]	...	[4, 0]	[2, 2]

Pareto	(100, 100), (100, 99), (99, 100)
Nash	(2, 2)
Kooperacyjne	(100, 100)
Koordynacyjne	(100, 100)

Co można jeszcze?

1. Gry wieloosobowe.
   Np. dylemat wspólnego pastwiska.
   Dobór partnerów w sieciach (?)
2. Gry powtarzane.
   Np. iterowany dylemat więźnia.
   Mieszane strategie koordynacyjne.
   Losowość a koordynacja.

Co można jeszcze?

1. Gry wieloosobowe.
   Np. dylemat wspólnego pastwiska.
   Dobór partnerów w sieciach (?)

2. Gry powtarzane.
   Np. iterowany dylemat więźnia.
   Mieszane strategie koordynacyjne.
   Losowość a koordynacja.