

*Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu  
Katedra Ekonometrii i Statystyki*

*Ewa Dziawgo*

## WYCENA POTĘGOWEJ ASYMETRYCZNEJ OPCJI KUPNA

**Zarys treści.** W artykule przedstawiono zagadnienia związane z potęgowymi asymetrycznymi opcjami kupna: model wyceny, wpływ wybranych czynników: parametru potęgi, terminu wygaśnięcia, bieżącej ceny instrumentu bazowego, ceny wykonania oraz zmienności na cenę rozpatrywanych opcji. Ilustrację empiryczną przeprowadzono na podstawie symulacji wyceny walutowych opcji kupna wystawionych na EUR/PLN.

**Słowa kluczowe:** opcja kupna, asymetryczne opcje potęgowe, funkcja wypłaty opcji.

### 1. WSTĘP

Wzrost zmienności warunków rynkowych przyczynia się do rozszerzania oferty instrumentów rynku finansowego (Jajuga, 2004; Hull, 2002), które umiejętnie stosowane w transakcjach finansowych pozwalają na skuteczniejsze zarządzanie ryzykiem. Opcje potęgowe należą do klasy opcji nieliniowych, charakteryzujących się tym, że funkcja wypłaty z tych opcji jest nieliniową funkcją ceny instrumentu bazowego. Niesymetryczność praw i obowiązków nałożonych na strony transakcji oraz efekt dźwigni finansowej powoduje, że opcje są szczególnym instrumentem zarządzania ryzykiem. Opcje potęgowe występują w obrocie na rynku pozagiełdowym.

Wyróżnia się dwa typy potęgowych opcji kupna:

- opcje symetryczne, których funkcja wypłaty jest niezerową potęgą różnicy między ceną instrumentu bazowego a ceną wykonania opcji,
- opcje asymetryczne, których funkcja wypłaty jest różnicą między niezerową potęgą ceny instrumentu bazowego a ceną wykonania opcji.

## 2. MODEL WYCENY POTĘGOWEJ ASYMETRYCZNEJ OPCJI KUPNA

W sytuacji, kiedy wykładnik potęgi jest liczbą dodatnią, funkcja wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji kupna jest postaci:

$$W_{c_1} = \max[S_t^p - K; 0], \quad (1)$$

gdzie  $W_{c_1}$  – wartość funkcji wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji kupna w przypadku, kiedy  $p > 0$ ,  $S_t$  – cena instrumentu bazowego w chwili  $t$ ,  $T$  – termin wygaśnięcia opcji,  $t \in [0; T]$ ,  $K$  – cena wykonania opcji,  $p$  – wykładnik potęgi (przy czym  $p \neq 0$ ). Jeśli wykładnik potęgi w rozpatrywanej funkcji wypłaty wynosi 1, to wówczas dochód z opcji potęgowej jest równy dochodowi otrzymanemu ze zwykłej opcji kupna.

W przypadku, kiedy wykładnik potęgi jest liczbą ujemną, funkcja wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji kupna jest postaci:

$$W_{c_2} = \max[K - S_t^p; 0], \quad (2)$$

gdzie  $W_{c_2}$  – wartość funkcji wypłaty potęgowej asymetrycznej opcji kupna (w przypadku, kiedy  $p < 0$ ), pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1).

Wartość potęgowej asymetrycznej opcji kupna wynosi (Zahng, 2001):

$$c_t = S_t^p e^{[(p-1)r - pq + 0,5 \cdot p(p-1)\sigma^2] \cdot \tau} N(d_1) - K e^{-r\tau} N(d_2), \quad (3)$$

gdzie  $c_t$  – cena potęgowej asymetrycznej opcji kupna w chwili  $t$ ,  $r$  – stopa procentowa wolna od ryzyka,  $q$  – stopa dywidendy,  $\sigma$  – zmienność ceny instrumentu bazowego<sup>1</sup>,  $N(x)$  – wartość dystrybuanty rozkładu normalnego zmiennej  $x$ ,  $\tau$  – termin pozostały do wygaśnięcia opcji,

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r - q - 0,5\sigma^2) \cdot \tau + \left(\frac{p-1}{p}\right) \ln K}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad d_1 = d_2 + p\sigma\sqrt{\tau},$$

pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1).

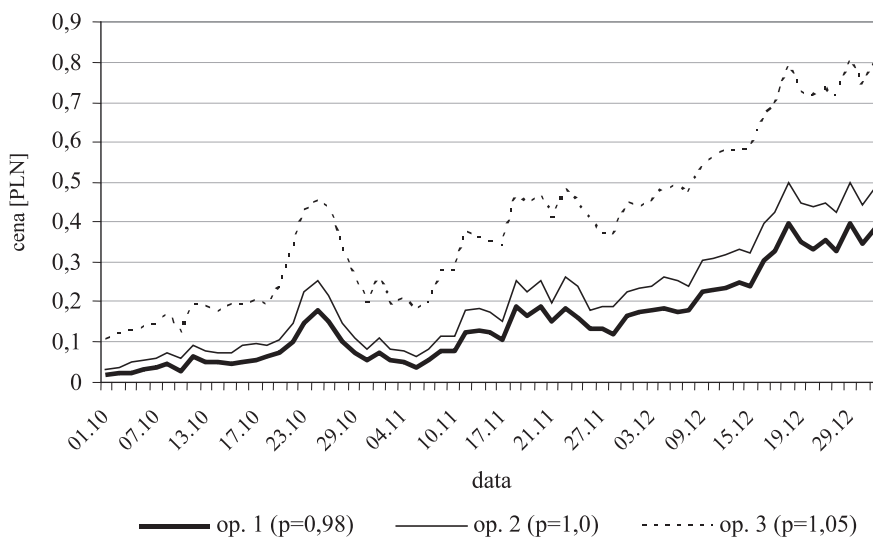
Wykładnik potęgi jest istotnym czynnikiem wpływającym na wartość asymetrycznej potęgowej opcji kupna.

### Przykład

Analiza empiryczna dotyczy kształtowania się cen potęgowych asymetrycznych opcji kupna różniących się wykładnikiem potęgi. Termin wygaśnięcia

<sup>1</sup> Mierzona odchyleniem standardowym.

opcji wynosi 6 miesięcy. Opcje wystawione są na EUR/PLN. Symulacja wyceny dotyczy okresu: 01.10.2008–31.12.2008. Cena wykonania opcji wynosi 3,8 zł. W okresie 23.10–27.10.2008, 18.11–20.11.2008, 24.11–25.11.2008 oraz 01.12–31.12.2008 analizowane opcje były w-cenie (Dziawgo, 2003). W pozostałym analizowanym okresie opcje były poza-ceną. Na wykresie 1 przedstawiono kształtowanie się cen trzech potęgowych opcji kupna, których wykładnik potęgi jest liczbą dodatnią. Pierwsza z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym 0,98. Wartość wykładnika potęgi drugiej z rozpatrywanych opcji potęgowych wynosi 1,0. W tym przypadku jest to zwykła opcja kupna. Natomiast wykładnik potęgi trzeciej opcji ma wartość 1,05.



Wykres 1. Kształtowanie się cen potęgowych asymetrycznych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi

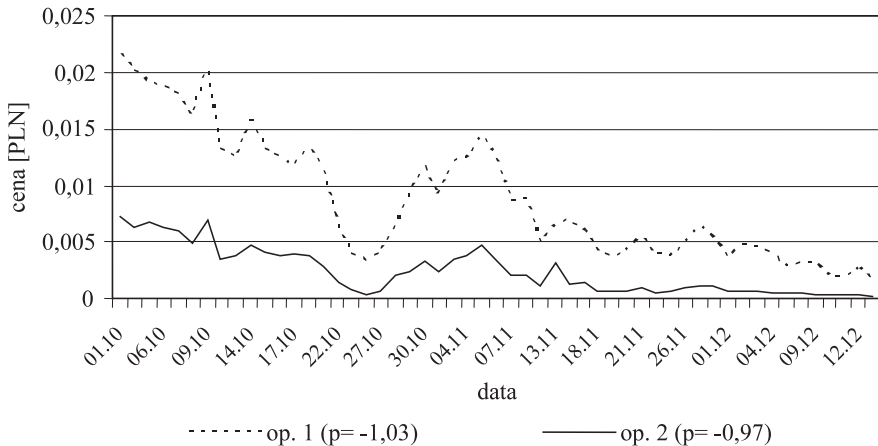
Źródło: opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się cen przedstawionych na wykresie 1 wynika, że w przypadku potęgowych asymetrycznych opcji z dodatnim wykładnikiem potęgi:

- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny potęgowej opcji kupna,
- wzrost wartości wykładnika potęgi wpływa na wzrost ceny opcji potęgowej,
- w przypadku kiedy wykładnik potęgi jest mniejszy od 1, opcja potęgowa jest tańsza od zwykłej opcji kupna,

- opcja potęgowa, której wykładnik potęgi jest większy od 1 jest znacznie droższa od zwykłej opcji kupna.

Na wykresie 2 przedstawiono kształtowanie się ceny dwóch potęgowych opcji kupna o ujemnym wykładniku potęgi. Wykładnik potęgi jednej z opcji wynosi  $-1,03$ . Natomiast druga z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym  $-0,97$ .



Wykres 2. Kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna z ujemnym wykładnikiem potęgi

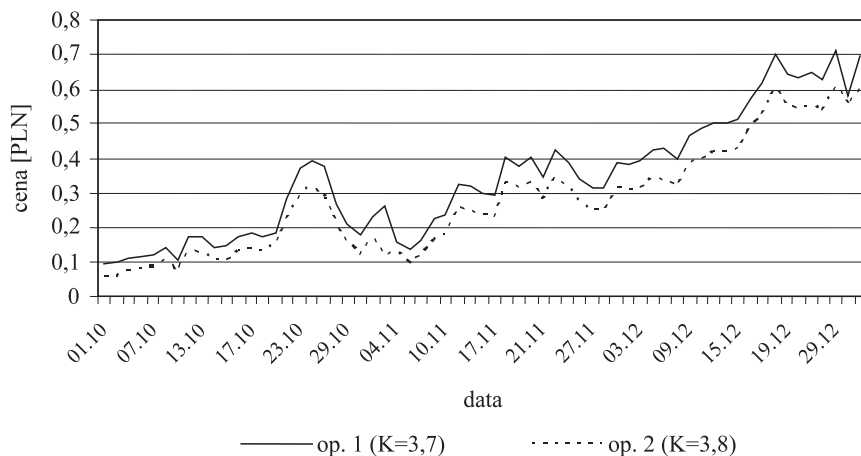
Źródło: opracowanie własne.

W przypadku potęgowej asymetrycznej opcji kupna z ujemnym wykładnikiem potęgi:

- wzrost/spadek bieżącej ceny instrumentu bazowego przyczynia się do spadku/wzrostu ceny opcji,
- spadek wartości wykładnika potęgi wpływa na wzrost ceny opcji.

### 3. WPŁYW WYBRANYCH CZYNNIKÓW NA CENĘ POTĘGOWYCH ASYMETRYCZNYCH OPCJI KUPNA

Rozważania dotyczą wpływu ceny wykonania, bieżącej ceny instrumentu bazowego, czasu wygaśnięcia oraz zmienności na cenę potęgowej asymetrycznej opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi. Symulacja przeprowadzona jest dla opcji wystawionych na EUR/PLN. Na wykresie 3 przedstawiono kształtowanie się cen dwóch opcji, które charakteryzują się różnymi cenami wykonania.

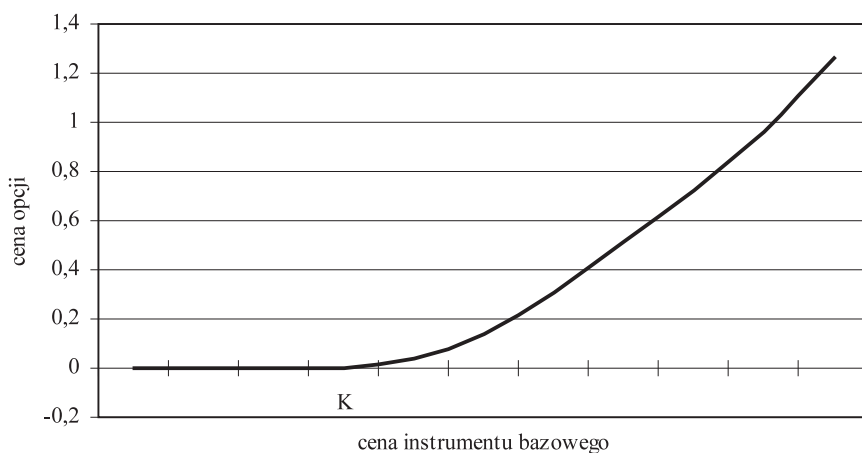


Wykres 3. Kształtowanie się ceny potęgowych asymetrycznych opcji kupna z różnymi cenami wykonania (z dodatnim wykładnikiem potęgi)

Źródło: opracowanie własne.

Cena wykonania jednej z opcji wynosi 3,7 zł. Z kolei cena wykonania drugiej rozpatrywanej opcji potęgowej wynosi 3,8 zł.

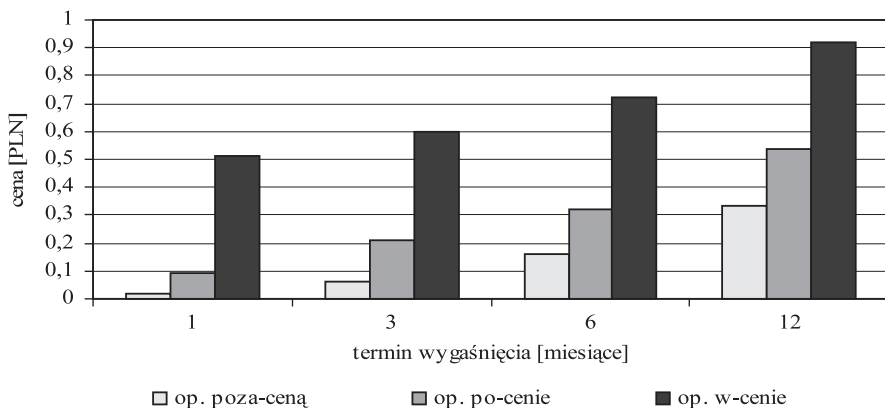
W przypadku potęgowych asymetrycznych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi wzrost ceny wykonania wpływa na spadek ceny opcji.



Wykres 4. Wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego na kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna (z wykładnikiem potęgi  $p=1,03$ ) w dniu wygaśnięcia opcji

Źródło: opracowanie własne.

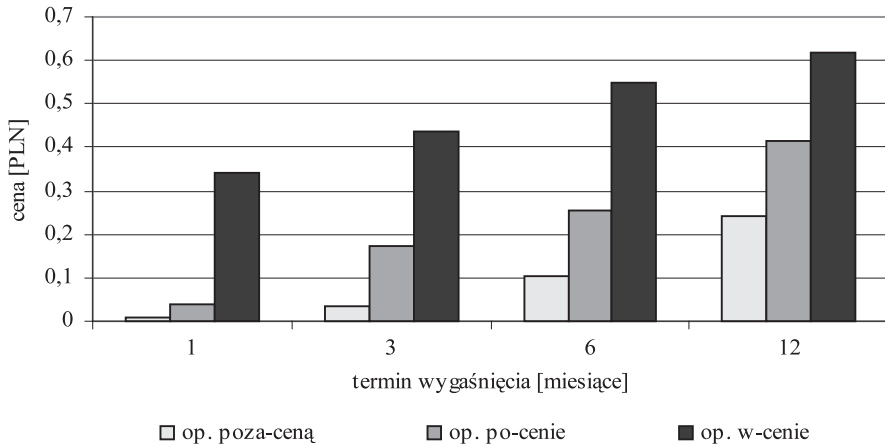
Wykres 4 jest ilustracją wpływu bieżącej ceny instrumentu bazowego na wartość opcji w dniu jej wygaśnięcia. Analiza dotyczy potęgowej asymetrycznej opcji kupna, której wykładnik potęgi wynosi 1,03. W przypadku kiedy opcja jest w-cenie, wzrost bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na większą wartość wypłaty z tej opcji. Jeśli wykładnik jest dodatni, ale mniejszy od 1, to wypłata z opcji potęgowej jest mniejsza od wypłaty z odpowiadającej opcji zwykłej. W sytuacji kiedy wykładnik potęgi jest większy od 1, wypłata z opcji potęgowej jest większa od wypłaty otrzymanej z odpowiadającej opcji standardowej. Opcja potęgowa jest instrumentem, który może być stosowany w transakcjach spekulacyjnych. Jeśli oczekiwania co do przyszłości rynku sprawdzą się, to opcje potęgowe o wykładniku większym od 1 pozwalają na osiągnięcie lepszego efektu dźwigni. W transakcjach spekulacyjnych szczególnie popularne są opcje potęgowe o wykładniku potęgi równym 2. Dla efektu dźwigni istotne znaczenie ma również termin wygaśnięcia opcji. Zbliżanie się terminu wygaśnięcia wpływa na spadek wartości czasowej opcji<sup>2</sup>. Jeśli oczekuje się zmian ceny instrumentu bazowego w krótkim czasie, wówczas bardziej opłacalna jest inwestycja w opcje poza-ceną. Z kolei jeżeli przewiduje się zmianę ceny instrumentu bazowego w dłuższym okresie, to korzystniejsza jest inwestycja w opcje w-cenie. Na wykresie 5 przedstawiono wpływ czasu wygaśnięcia na cenę trzech potęgowych (z wykładnikiem potęgi równym 1,03) opcji kupna: poza-ceną, po-cenie oraz w-cenie. Natomiast na wykresie 6 przedstawiono wpływ terminu wygaśnięcia na cenę trzech zwykłych opcji kupna: poza-ceną, po-cenie oraz w-cenie.



Wykres 5. Wpływ terminu wygaśnięcia na cenę potęgowej asymetrycznej opcji kupna: poza-ceną, po-cenie oraz w-cenie (z dodatnim wykładnikiem potęgi)

Źródło: opracowanie własne.

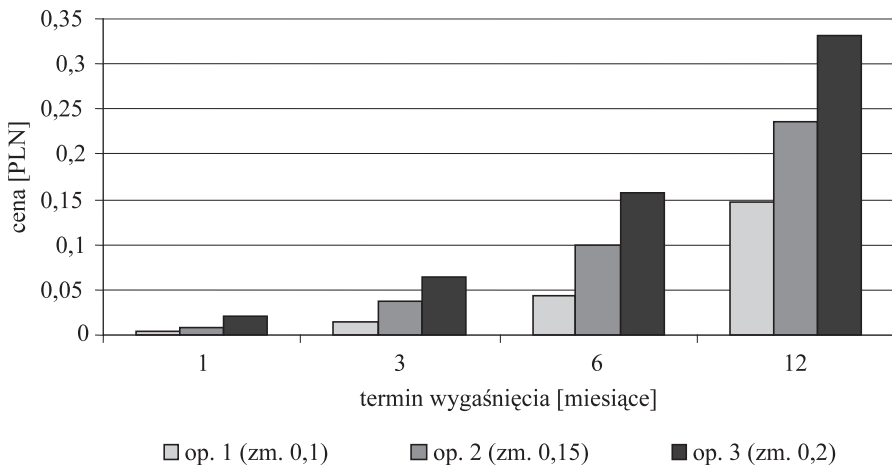
<sup>2</sup> Wartość czasowa opcji jest różnicą między premią i wartością wewnętrzną opcji.



Wykres 6. Wpływ terminu wygaśnięcia na cenę zwykłej opcji kupna: poza-ceną, po-cenie oraz w-cenie

Źródło: opracowanie własne.

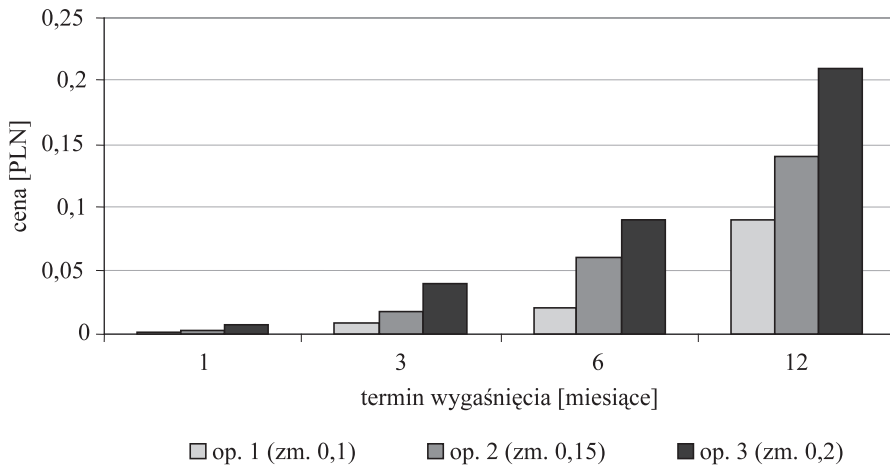
Z porównania kształtowania się cen przedstawionych na wykresie 5 oraz 6 wynika, że dla każdego typu opcji większy wzrost ceny opcji potęgowych występuje w przypadku opcji z dłuższym terminem wygaśnięcia.



Wykres 7. Wpływ zmienności oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna (z dodatnim wykładnikiem potęgi)

Źródło: opracowanie własne.

Na wykresie 7 przedstawiono wpływ zmienności oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna (z wykładnikiem potęgi równym 1,03). Z kolei wykres 8 jest ilustracją wpływu terminu wygaśnięcia oraz zmienności na kształtowanie się ceny zwykłej opcji kupna.



Wykres 8. Wpływ zmienności oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny zwykłej opcji kupna

Źródło: opracowanie własne.

Wzrost zmienności wpływa na wzrost ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna. Z porównania kształtowania się cen przedstawionych na wykresie 7 oraz 8 wynika, że dla każdego terminu wygaśnięcia cena opcji potęgowych w większym stopniu reaguje na zmianę zmienności.

#### 4. PODSUMOWANIE

Na cenę potęgowych asymetrycznych opcji kupna w znaczny sposób wpływa wykładnik potęgi. Tylko dla dodatnich wartości tego wykładnika wartość końcowa opcji jest rosnącą funkcją ceny instrumentu bazowego. W przypadku kiedy wykładnik jest liczbą ujemną, wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna. Cena opcji potęgowej w większym stopniu reaguje na zbliżanie się terminu wygaśnięcia i wahania zmienności od odpowiadającej jej opcji zwykłej. W przypadku kiedy sprawdzają się przewidywania związane z określeniem kierunku zmian ceny instrumentu bazowego, jego zasięgu oraz czasu trwania dochód otrzymany z potęgowej



asymetrycznej opcji kupna o wykładniku większym od 1, jest większy od dochodu otrzymanego z analogicznej opcji standardowej. Wówczas, im bardziej wykładnik jest większy od 1, tym efekt dźwigni jest korzystniejszy. Dlatego opcje potęgowe są szczególnym instrumentem w transakcjach spekulacyjnych.

## LITERATURA

- Dziawgo E. (2003), *Modele kontraktów opcyjnych*, Wydawnictwo UMK, Toruń.
- Hull J. C. (2002), *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall International, Inc.
- Jajuga K., Gudaszewski W., Mróz W. (2004), *Opcje egzotyczne – wprowadzenie*, „Rynek Terminowy”, nr 23, 6–10.
- Zahng P. G. (2001), *Exotic Options. A Guide to Second Generation Options*, World Scientific, Singapore.

## PRICING OF THE ASYMMETRIC POWER CALL OPTION

**A b s t r a c t.** The article presents the issues connected with the asymmetric power call option: pricing model, the analysis of the option prices and the impact of selected factors on the price of those options was examined. The empirical data included in the article are concerned with the pricing simulations of the asymmetric power call options are on EUR/PLN.

**K e y w o r d s :** call option, asymmetric power options, payoff function.

