Filozofia/Logika
Filozofia Logiczna
1996–1998

Uniwersytet Mikołaja Kopernika

LOGIKA
&
FILOZOFIA LOGICZNA

Zebrali i zredagowali
Jerzy Perzanowski i Andrzej Pietruszczak

Toruń 2000

Recenzent
Adam Globler

Redakcja i skład w systemie TEX
Andrzej Pietruszczak

Korekta
Grażyna Pietruszczak

ISBN 83-231-1228-2

Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
87-100 Toruń, ul. Gagarina 11
Redakcja: tel. (056)611-4295, fax 645-2948
Promocja i reklama: tel./fax (056)611-4298
e-mail: ksiazka@cc.uni.torun.pl
www.uni.torun.pl/wyd
Wydanie I. Nakład 270 egz.
Ark. wyd. 26,8

Druk: Zakład Poligrafii UMK

Przedmowa

Po trzyletniej przerwie czytelnik otrzymuje kolejny tom toruńskiej kroniki polskiej filozofii logicznej **FLFL**, pod tytułem „Logika i filozofia logiczna", który nazywa też wskrzeszony 8 lat temu program Łukasiewicza *matematyzacji* filozofii i który był także nazwą Projektu Badawczego KBN nr H01A 01909 realizowanego w latach 1995–1997 przez zespół pod kierunkiem niżej podpisanego.

Z wydatkowania środków publicznych należy publicznie się rozliczać. Stąd w dziale ostatnim książki, dokumentacyjnym, przedłożono słowne sprawozdanie. Ze sprawozdań zgromadzonych w dziale dokumentacyjnym czytelnik zauważy, że grupa toruńska nie próżnowała.

Na jej dorobek w okresie 1996–1998 r. składają się: wspomniany wyżej projekt badawczy, dwa stale działające konwersatoria, na których w okresie sprawozdawczym wygłoszono ponad 60 odczytów, organizacja trzech, corocznych Warsztatów Logiczno-Filozoficznych (odpowiednio w Toruniu, w Górznie i w Zawoi), na których zmienna grupa uczestników (od 46 w Toruniu do 26 w Zawoi) wygłosiła łącznie 90 odczytów. Na jej dorobek składają się ponadto: zorganizowanie w 1998 r. Konferencji Międzynarodowej w 50-lecie logik parakonsystentnych (której pokłosie ukaże się w tomie podwójnym nr 7/8 (1999/2000) pisma *Logic and Logical Philosophy*, oraz współzorganizowanie w Krakowie sympozjum „Necesse est philosophari", w XV rocznicę śmierci Profesor Izydory Dąmbskiej (część merytoryczna tego Sympozjum jest publikowana w niniejszym tomie — jako część ostatnia; część biograficzna opublikowana zostanie lada dzień jako nr 5 serii „Ludzie nauki", wydawanej przez PAU w Krakowie).

Zadajmy dość gorzkie pytanie: skoro tak wiele zrobiono, to dlaczego wyniki trzech kolejnych Warsztatów publikowane są zbiorczo i ze sporym opóźnieniem? Winien — jak to w Polsce bywa — jest słomiany zapał. Choć łącznie na Warsztatach wygłoszono 90 odczytów, to w jądrze niniejszej książki działach „Logika", „Historia logiki i filozofii matematyki" oraz „Filozofia

Marek Nasieniewski

Rekonstrukcja logiki stoickiej jako rachunku sekwentów

Wstęp

W niniejszej pracy* chciałbym przebadać wybrane problemy z logiki stoickiej. Pewne jej interpretacje przedstawione są w znanych pracach Corcorana [4] i Matesa [11]. Akceptując te interpretacje, chciałbym zrekonstruować logikę stoików jako system sekwentów pochodzących od G. Gentzena.

W pracach Corcorana i Matesa można znaleźć stwierdzenia, że stoicy posiadali rozwiniętą metalogikę swojego rachunku zdań i przy dowodzeniu jego tez stosowali kilka metatwierdzeń (*themata* i *theorema*). Przyjęta metoda pozwoli na ścisłe sformułowanie i udowodnienie tych metatwierdzeń.

Postaram się pokazać, że jeśli tak skonstruowany system ma być pełny, to spójników alternatywy i implikacji nie można interpretować w sposób klasyczny (ekstensjonalny). W związku z tym przeanalizuję różne dopuszczalne nieklasyczne interpretacje tych spójników (również takie, które były znane stoikom).

Rozdział 2 zawiera opis języka rachunku sekwentów. W rozdziale 4 zrekonstruowana została stoicka logika sądów przy wykorzystaniu rachunku sekwentów. Rozdział ten zawiera przykłady dowodów wnioskowań. Sformułowano i udowodniono w nim metatwierdzenia, które są przypisywane stoikom. W rozdziale 5 dyskutuję problem pełności systemu stoickiego. W rozdziale 6 pokazuję zaś, że pewien implikacyjny fragment logiki stoickiej jest logiką relewantną $\mathbf{R}_{\rightarrow}$.

---

* Jest to rozszerzona wersja mojej pracy magisterskiej „Rekonstrukcja logiki stoickiej" napisanej pod kierunkiem dra Andrzeja Pietruszczaka i obronionej w Instytucie Filozofii Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w roku 1997. Istotną zmianę stanowi zmiana definicji 5 oraz dodany rozdział 6, którego wcześniejsza wersja była opublikowana jako [12].

Logika & Filozofia Logiczna. FLFL 1996–1998, red. J. Perzanowski i A. Pietruszczak, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2000, 207–242.

1. Uwagi historyczne. Źródła

Logika stoicka interesowała filozofów na przestrzeni dziejów. Jednak aż do XIX wieku była «przyćmiona» sylogistyką Arystotelesa i w związku z tym nie znajdowała akceptacji. Jeszcze w XIX w. negatywnie o stoickiej logice wypowiadał się historyk filozofii E. Zeller (1814–1908). Prantl traktował wnioskowania stoickie jako rodzaj arystotelesowskich sylogizmów, zaś Zeller zarzucał stoikom m.in. bezkrytyczne naśladownictwo. Dopiero prace Łukasiewicza wskazały na niezależność logiki stoickiej od logiki Arystotelesa. Wśród najważniejszych obserwacji poczynionych przez Łukasiewicza należy wymienić to, że logika stoicka była logiką zdań[1].

Niestety nie zachowały się prace stoików. Jesteśmy skazani na świadectwa, przede wszystkim Diogenesa Laertiosa ([6]) i Sekstusa Empiryka ([13], [14]). Pierwszy z nich prawdopodobnie żył w trzecim wieku po Chr. W swej pracy korzystał z kilku dzieł — m.in Dioklesa z Magnezji (I w. przed Chr.) i Antigonosa z Karystos (III w. przed Chr.). Bardziej samodzielny wydaje się sceptyk Sekstus Empiryk (II lub III w. po Chr.). Interwał czasowy kilku wieków, jaki ich dzieli od okresu, w którym powstawały omawiane poglądy stoików, zmusza do pewnej wobec nich wyrozumiałości. Poza pracami wymienionych autorów możemy odwoływać się do podręcznika logiki lekarza Galena z Pergamonu (ok. 130 r. – ok. 200 r.), fragmentów komentatora Arystotelesa — Aleksandra z Afrodyzji (ok. 200 r. po Chr.), a także dzieł Cycerona (106–43 r. przed Chr.), Seneki (4 r. przed Chr. – 65 r. po Chr.) i rozprawy *Przeciw Celsusowi* Orygenesa (ok. 185–254 r.). Pomocną pracą jest *Stoicorum veterum fragmenta* J. von Arnima, w której zebrano teksty dotyczące stoików.

Termin 'logika stoicka' obejmuje tak naprawdę myśl dwóch szkół. Chodzi mianowicie o szkołę megarejską i stoicką. Z pierwszej należy wymienić Eubulidesa z Miletu (IV w. przed Chr.) (twórca znanej antynomii kłamcy), Diodora Kronosa (IV w. przed Chr.) i Filona z Megary (IV/III w. przed Chr.). Natomiast wśród stoików (w ścisłym sensie) najważniejszą rolę odegrali: założyciel szkoły Zenon z Kition (ok. 335–263 r. przed Chr.) oraz Chryzyp z Soloi (280–205 r. przed Chr.), któremu przypisywane jest zestawienie pięciu *niedowodliwych wnioskowań* (por. [6, VII, 79]), słynny również z zasady *tertium non datur* oraz kilkuset dzieł. Niestety z tego bogactwa nic się nie ostało.

Tak więc w dalszej części mej pracy stosował będę określenie 'stoicy' dla myślicieli obu szkół.

[1] W istocie logiką sądów.

Próby odtworzenia logiki stoickiej, przy użyciu współczesnych narzędzi zaczął Jan Łukasiewicz i chociaż już wcześniej pewne trafne obserwacje daje się znaleźć u Peirce'a i Brocharda, to od niego, można rzec, wzięła swój początek tradycja rekonstruowania logiki stoików.

Charakterystyczny dla różnego rodzaju współczesnych systemów logicznych jest z jednej formalizm, z drugiej zaś strony podział na część syntaktyczną i semantyczną. Sądzę, że dokonując analizy systemu stoików, nie tylko można takiego podziału dokonać niejako z zewnątrz, ale należy również samym stoikom przypisać jego świadomość. Bez większych obaw to właśnie stoikom należy przyznać pierwszeństwo w próbach formalizacji języka. Zwracali oni uwagę na układ zdań, sposób ich powiązania za pomocą spójników, a nie na znaczenie zdań (już wśród swych współczesnych mieli w tym względzie oponentów: głównymi ich przeciwnikami byli perypatetycy). Z pewnością odróżniali wypowiedzi z języka przedmiotowego i wypowiedzi na temat tych wypowiedzi (intuicje podziału na język i metajęzyk).

Przy próbie rekonstrukcji systemu, znanego tylko fragmentarycznie, bardzo ważną decyzją, którą należy podjąć, jest wybór odpowiedniego formalizmu. Wiadomo, że stoicy operowali na wnioskowaniach (sylogizmach, czy inaczej argumentach) i odgrywały one w ich systemie istotną rolę. Wydaje się, że najbardziej adekwatnym narzędziem, które odpowiadałoby duchowi logiki stoickiej, jest rachunek sekwentów. Logika stoików była prawdopodobnie dwuwartościowa. Stoicy używali w sposób świadomy m.in. spójników negacji, koniunkcji, alternatywy i implikacji, być może równoważności. Jak już wspomniałem logika stoicka czerpała inspiracje ze szkoły megarejskiej. Poza tym, pomimo swej niezależności, musiała być pod pewnym wpływem dokonań Arystotelesa. Stoicy najprawdopodobniej stosowali swe odkrycia w retoryce, ich prace w dziedzinie logiki (w dzisiejszym sensie tego słowa) miały przyczynić się do „poprawnego formułowania sądów" [6, VII, 45]. Z drugiej strony zapewne cennym źródłem inspiracji jak i polem dla prób była praktyka w zakresie dialektyki.

2. Podstawowe pojęcia

Stosować będę standardową notację logiczną. Użyję również niektórych pojęć z zakresu teorii mnogości takich jak zbiór, relacja, funkcja itp. Będę również wykorzystywać podstawowe ich własności. Ze względu na powszechną znajomość owych pojęć nie zamierzam w pracy tej dodatkowo ich przypominać. Wprowadzę natomiast pojęcie formuły rachunku zdań, sekwentu oraz interpretacji.

2.1. Język rachunku sekwentów

W rozdziale tym wprowadzimy narzędzia, które będą potrzebne w dalszej części pracy.

Rozważmy język logiki zdaniowej $\mathsf{J} = \langle \mathsf{At}, \{\veebar, \wedge, \rightarrow, \neg\}\rangle$, w którym $\mathsf{At} := \{p, q, r, p_1, p_2, \ldots\}$ oraz $\{\veebar, \wedge, \rightarrow, \neg\}$ jest zbiorem stałych logicznych, złożonym odpowiednio ze spójników: alternatywy rozłącznej, koniunkcji, implikacji oraz negacji. Zdefiniujmy pojęcie formuły języka J.

DEFINICJA 1. *Zbiorem formuł języka* J (ozn. Form) jest najmniejszy zbiór zawierający zbiór At i domknięty na wszystkie stałe logiczne. Elementy zbioru Form nazywać będziemy *formułami*.

Wprowadzone powyżej pojęcia służą łatwiejszemu i ściślejszemu wyrażaniu dalszych myśli. Zmienne i formuły odpowiadają liczebnikom używanym przez Greków do zapisu schematów zarówno zdań, jak i argumentów (wnioskowań). Oczywiście nie przypuszczam, by stoicy zbudowali tego rodzaju sztuczny język, który stanowiący model języka greckiego. Nie sposób odnaleźć u nich ani kompletnego języka formalnego, ani jego metajęzyka. Jest raczej jeden metajęzyk, w którym próbuje się przy wykorzystaniu pewnych narzędzi formalnych «oddawać» cechy języka przedmiotowego — języka greckiego.

W dalszej części wielkie łacińskie litery 'A', 'B' i 'C' będą zmiennymi przebiegającymi zbiór Form, a wielkie greckie litery 'Γ', 'Δ' i 'Π' są zmiennymi przebiegającymi zbiór potęgowy zbioru Form (tj. zbiór $\mathcal{P}(\mathsf{Form})$).

Przez sekwent rozumiemy dowolną parę uporządkowaną $\langle \Gamma, A\rangle$, w której Γ jest niepustym i skończonym zbiorem formuł (dalej będziemy pisać: $\Gamma \in \mathcal{P}^{+}_{\mathrm{fin}}(\mathsf{Form})$). Zamiast pisać '$\langle \Gamma, A\rangle$' będziemy stosować zapis '$\Gamma \vdash A$', w którym symbol '$\vdash$' oddziela przesłanki (zbiór przesłanek) od wniosku. Czasami zamiast używać skończonego i niepustego zbioru przesłanek Γ będziemy wypisywać jego elementy (tj. poszczególne przesłanki) opuszczając nawiasy klamrowe.

Przyjmijmy, że '1' oznacza prawdę, zaś '0' fałsz.

2.2. Pojęcie interpretacji

DEFINICJA 2. *Wartościowaniem* zmiennych z At nazywamy dowolną funkcję $v \colon \mathsf{At} \longrightarrow \{0, 1\}$.

Jak łatwo zauważyć, każde wartościowanie zmiennych wyznacza w sposób jednoznaczny tzw. interpretację formuł z Form.

DEFINICJA 3. *Interpretacją* jest dowolna funkcja $\overline{v}\colon \mathsf{Form} \longrightarrow \{0,1\}$, która dla dowolnych $A, B \in \mathsf{Form}$ spełnia poniższe warunki:

$$\begin{aligned} \overline{v}(\neg A) &= 1 - \overline{v}(A), \\ \overline{v}(A \wedge B) &= \min\{\overline{v}(A), \overline{v}(B)\}, \\ \overline{v}(A \rightarrow B) &= \max\{1 - \overline{v}(A), \overline{v}(B)\}, \\ \overline{v}(A \veebar B) &= (\overline{v}(A) + \overline{v}(B)) \bmod 2.^{2} \end{aligned}$$

Również odwrotnie, każda interpretacja wyznacza wartościowanie, które jest jej obcięciem do zbioru At. Z tego punktu widzenia wystarczy posługiwać się wartościowaniami. W dalszej części jeśli A jest formułą, a v wartościowaniem, to $v(A)$ będzie wartością $\overline{v}(A)$, gdzie $\overline{v}$ jest jedyną interpretacją wyznaczoną przez wartościowanie v. Ponadto, jeśli dla każdego elementu A danego zbioru formuł Γ, zachodzi $v(A) = 1$, to piszemy $v(\Gamma) = 1$.

Przypomnijmy pojęcie wynikania logicznego:

DEFINICJA 4. Formuła A *wynika logicznie* ze zbioru przesłanek Γ wtw dla dowolnego wartościowania v: jeśli $v(\Gamma) = 1$, to $v(A) = 1$.

3. Semantyka

3.1. Fragmenty teorii znaczenia logiki stoickiej

Jak wynika z dostępnych nam przekazów stoicy posiadali rozwiniętą semiotykę. Odróżniali materialny znak ($\sigma\eta\mu\alpha\tilde{\iota}\nu o\nu$), jego znaczenie ($\lambda\varepsilon\kappa\tau\acute{o}\nu$) albo treść ($\sigma\eta\mu\alpha\iota\nu\acute{o}\mu\varepsilon\nu o\nu$) i obiekt oznaczany ($\tau\upsilon\gamma\chi\acute{\alpha}\nu o\nu$).[3] Ich subtelność w odróżnianiu pojęć sięgała głębiej, wyróżniali dźwięk jako fenomen oraz dźwięk jako nośnik znaczenia ($\varphi\omega\nu\acute{\eta}$).[4]

3.1.1. Lekta. *Lekton* stanowi intensję (znaczenie) znaku, czy też wyrażenia. Przy czym znak i to, co oznaczane ma być ciałem, natomiast *lekton* nie będąc przedmiotem fizycznym, jest obiektem noetycznym. Najbardziej istotnymi obiektami podpadającymi po kategorię *lekton* były prawdopodobnie dla stoików sądy. Omówimy je w kolejnym podrozdziale.

Lekton posiadało rozbudowaną klasyfikację. Wnikliwej analizy tego pojęcia dokonuje Mates.[5] Ogólnie do *lekton* stoicy zaliczali relacje, znaczenia

---

[2] Tzn. $\overline{v}(A \veebar B) = 1$ wtw $\overline{v}(A) + \overline{v}(B) = 1$.

[3] Zob. [14], II, 12–13.

[4] Zob. [14], II, 133 oraz [6], VII, 57.

[5] Zob. [11], s. 20–52.

nazw, pytania, rozkazy, życzenia, klątwy itp.[6] Stoicy mieli na uwadze również wypowiedzi charakterystyczne dla pragmatyki, np. wypowiedzi o funkcji ekspresyjnej.[7] *Lekta* dzieliły się na *zupełne* (*samoistne*) i *niezupełne* (*niesamoistne*).[8] Niezupełne podzielić można na predykaty (*κατηγόρημα*) i znaczenia nazw (*πτῶδις*).[9] Znaczenie nazwy skonkretyzowane zostaje w zdaniu, którego znaczenie ma już charakter samoistny. Podobnie rzecz ma się z predykatami. Nawet tylko na podstawie naszych, dość pobieżnych informacji możemy przypuszczać, że stoicy mieli pewne reguły składania niepełnych *lekta* w pełne.[10] Spośród natomiast zupełnych, samowystarczalnych znaczeniowo *lekton* wyodrębniano wspomniane już sądy, pytania, rozkazy, prośby itp.[11]

3.1.2. Sądy. Pewną podklasę *lekton* stanowiły sądy (*ἀξίωμα*), czyli znaczenia pewnych zdań. Z kolei wśród sądów stoicy wymieniali oznaki (jak tłumaczy prof. Izydora Dąmbska termin *σημεῖον*), które były podobnie jak wszystkie *lekta* niecielesne. Oznaki dzielili na przypomnieniowe i wskazujące; w innym tłumaczeniu: demonstratywne lub pokazujące.[12] Wskazujące były poprzednikami w prawdziwych zdaniach warunkowych.[13] Pomiędzy oboma sądami powinien zachodzić pewnego rodzaju związek treściowy.[14] Można łączyć ów związek treściowy z jednym ze sposobów definiowania zdań implikacyjnych[15], który prof. I. Dąmbska interpretuje następująco:

> konotacja przysługująca klasie przedmiotów, o których mowa w następniku, jest częścią konotacji jej podklasy, o której mowa w poprzedniku. [5, s. 19, l. 21]

Charakterystyczną własnością sądów jest to, że są albo prawdziwe, albo fałszywe. Można znaleźć określenie prawdziwości sądu jako zgodności ze stanem opisywanym.[16]

---

[6] Por. [14], II, 71–72.

[7] Zob. [14], II, 73.

[8] Zob. [14], II, 70.

[9] Zob. [6], VII, 64.

[10] Zob. [14], II, 79.

[11] Zob. [14], II, 71–74 oraz [6], VII, 66–68.

[12] Por. [14], II, 151–156.

[13] Zob. [14], II, 245. Prof. I. Dąmbska uściśla tę definicję, zwracając uwagę, że są one treścią poprzednika i wskazują na treść następnika.

[14] Zob. [14], II, 245, 256, 272–273.

[15] Zob. [13], II, 112.

[16] Zob. [6], VII, 65.

Stoicy wyróżniali sądy *określone*, *nieokreślone* i *pośrednie* (*orzekające*).[17] Na marginesie naszych rozważań zauważmy, że pogląd, według którego sąd wyrażony przez zdanie w stylu 'Ktoś się przechadza' (sąd nieokreślony) jest prawdziwy wtw sąd wyrażony przez zdanie 'Ten człowiek się przechadza' (sąd określony) jest prawdziwy w odniesieniu do jakiejś wskazanej osoby[18], przywodzi na myśl definicję Tarskiego spełniania formuły egzystencjalnej. Prawdziwość naprawdę odnosi się do sądów określonych, gdzie podmiot wyznaczony jest deiktycznie. Do zagadnienia prawdziwości jeszcze wrócimy. Sądy pośrednie to sądy, w których podany jest podmiot: np. 'Człowiek siedzi'. Sądy określone, nieokreślone i pośrednie są tylko niektórymi podrodzajami sądów *prostych* inaczej *atomowych*[19] (złożonych zazwyczaj tylko z podmiotu i predykatu, ściślej: będących znaczeniami zdań zbudowanych z podmiotu i orzecznika). Prawdziwość tych najprostszych sądów wykorzystywana jest do nadania wartości logicznej sądom *molekularnym*. Sądy molekularne powstają z sądów atomowych poprzez łączenie ich za pomocą spójników zdaniowych (znów należałoby powiedzieć, że sąd molekularny stanowi *lekton* zdania zbudowanego ze zdań prostych za pomocą spójników). Szczególnie interesowały stoików molekularne sądy implikacyjne (okresy warunkowe), alternatywne i koniunkcyjne.[20] Przy konstruowaniu sądów molekularnych dopuszczali łączenie tych samych sądów atomowych.[21] Poza wymienionymi Diogenes wyróżnia inne spójniki[22] (np. służące do porównywania prawdopodobieństwa zdań składowych, wskazujące, łączące przyczynę ze skutkiem).

3.1.3. Przedstawienia. Z pojęciem *lekton* ściśle wiąże się pojęcie przedstawienia (*φαντασία*) – ujęcia. Przedstawienie jest „odciśnięciem w kierującej części duszy" (lub według Chryzypa „zmianą")[23]. Przedstawienia dzielono na zmysłowe – wyobrażenia (gdy przedstawieniu podlegał przedmiot naoczny) i niezmysłowe – pojęcia (gdy przedstawienie dotyczyło przedmiotu noetycznego).[24] Inny podział to przedstawienia prawdopodobne, nieprawdopodobne, prawdopodobne i nieprawdopodobne zarazem oraz ani praw-

---

[17] Zob. [14], II, 97–100.

[18] Zob. [14], II, 96.

[19] Por. [14], II, 95 i dalej oraz [6], VII, 69–70.

[20] Zob. [14], II, 124 oraz [6], VII, 71–72.

[21] Zob. [14], II, 109–110.

[22] Zob. [6], VII, 72–73.

[23] Zob. [14], II, 400.

[24] Zob. [6], VII, 51.

dopodobne ani nieprawdopodobne.[25] Wśród prawdopodobnych wyróżniano przedstawienia prawdziwe, fałszywe, prawdziwe i fałszywe oraz ani prawdziwe ani fałszywe.[26] Przedstawienie jest prawdziwe, gdy opisujące je w sposób adekwatny zdanie, wyraża sąd prawdziwy.[27] Jeśli zważymy na tę zapośredniczoną definicję, przestaje być może dziwić uznawanie niektórych przedstawień za zarazem prawdziwe i fałszywe (np. wiosło zanurzone w wodzie skłania nas do wyrażenia sądu fałszywego, ale również prawdziwego, gdy stwierdzamy, że widzimy wiosło). Wyróżniano również przedstawienia ani prawdziwe, ani fałszywe. Były to przedstawienia dotyczące klas przedmiotów.[28] Przykład ma sugerować, że o zbiorach nie można orzekać tego, co dałoby się powiedzieć o ich elementach. Zastanawiające jest dlaczego stoicy blokowali możliwość opisywania własności całych zbiorów.

Jako podklasę przedstawień prawdziwych stoicy wydzielali tzw. przedstawienia *kataleptyczne* (*φαντασίαι κταλεπτικί*), których przedmiotem są rzeczywiste obiekty odwzorowane tak jak są dane.[29] Gdy na podstawie przedstawień kataleptycznych rozum „zgadza się" na to, co jawi mu się w przedstawieniu, dokonuje rzeczywistego ujęcia i dochodzi do zrozumienia.[30] Owo rzeczywiste ujęcie jest kryterium prawdy.[31] Zajmuje pośrednią pozycję między mniemaniem a pełną wiedzą.[32]

W opozycji do przedstawień kataleptycznych rozważane były również przedstawienia niekataleptyczne, które mają np. ludzie obłąkani.[33]

3.1.4. Prawda a prawdziwość. Geliusz mówi, że „sądem jest każda pełna i zamknięta myśl, która z konieczności jest albo prawdziwa, albo fałszywa"[34]. Dość pewne, że tego też przekonania był Chryzyp.[35] Logika stoicka była więc dwuwartościową logiką zdań (sądów). Można domniemywać, że ze względu

---

[25] Zob. [14], I, 242.

[26] Zob. [14], I, 244.

[27] Zob. [14], I, 244.

[28] Zob. [14], I, 246.

[29] Zob. [14], I, 248.

[30] Zob. [6], VII, 49 i [14], I, 155.

[31] Samo przedstawienie kataleptyczne również stanowi tego rodzaju probierz, kiedy nic nie stoi na przeszkodzie do ujęcia przez rozum ([14], I, 256), gdyż ma miejsce tylko w przypadku obiektów rzeczywiście istniejących ([14], I, 153).

[32] Por. [14], I, 151.

[33] Por. [14], I, 247.

[34] Geliusz, *Noctes Atticae*, XVI, viii.

[35] Zob. [6], VII, 65.

na stosowanie na ogół alternatywy w znaczeniu rozłącznym, stoicy uznawali prawo wyłączonego środka, bowiem: „alternatywa jakiegoś sądu i jego negacji jest z konieczności prawdziwa"[36] (jak pokazują poczynione ustalenia prawdopodobnie prawo to nie odnosiło się na ogół do przedstawień). Niestety samo pojęcie sądu jest dość enigmatyczne. Z definicji może ono być same w sobie zaprzeczone, w odróżnieniu np. do *pytań* (przypomnijmy: inna podklasa pełnych λεκτόν), które nie będąc ani prawdziwe, ani fałszywe nie mogą być zaprzeczane.[37] Tak naprawdę dopiero negatywne przykłady *lekton* (patrz powyżej), które nie są sądami dają nam pewne intuicje co do sposobu rozumienia tego pojęcia.

Chociaż pojęcie prawdziwości stosowane było do sądów, to jednak w znaczeniu wtórnym stoicy odnosili je do zdań (gdy sąd stanowiący znaczenie danego zdania jest prawdziwy), funkcji propozycjonalnej (zdaniowej) — zarówno dla pewnych wartości jej argumentów (kiedy się mówi, że implikacja, która ma poprzednik fałszywy, jest prawdziwa), jak i ogólnie dla wszystkich możliwych wartości argumentów (kiedy podaje się definicję implikacji: stoicy mówią, że implikacyjne zdanie — funkcja zdaniowa — jest fałszywa, „gdy zacząwszy się od prawdziwego kończy fałszywym"). Tak więc pojęcie to używane było do niektórych przedmiotów zmysłowych, jednak zawsze zależnie od prawdziwości odpowiadających im przedmiotów noetycznych.[38]

Mówiono także o prawdziwości wnioskowania.[39] Prawdziwe mogły być omawiane już przedstawienia. Stoicy konsekwentnie odróżniali prawdziwość od prawdy. Wyróżniali trzy sposoby na który różniły się: chodziło o istotę strukturę i możność.[40] Prawda jest ciałem, gdyż stanowi część wiedzy dobrego człowieka, wiedza zaś stanowiąc atrybut duszy jest cielesna, jako że dusza jest cielesna. Prawdziwość zaś można znaleźć również w złym człowieku. Przysługuje niektórym *lekton*, zatem jest czymś niecielesnym. To, co prawdziwe jest niejako niezależne od człowieka i może pozostawać przez nikogo nie poznane. Poza tym prawda jest złożona, zaś to, co prawdziwe jest proste. Dodajmy, iż używano pojęcia „prawdziwy" również w sensie „istniejący".[41] Na zakończenie tej części podkreślmy, że chociaż „prawdzi-

---

[36] Cycero, *Academica*, II, 97.

[37] Co chyba należy rozumieć następująco: sądy są na tyle określone, iż również ich negacja ma dobrze określone znaczenie; zaś to, co nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe nie może być zaprzeczone.

[38] Zob. [14], II, 10.

[39] Zob. dalej s. 222.

[40] Por. [14], I 38 i dalej.

[41] Por. [14], II, 10.

wość" odnoszona jest do wielu bytów, to jednak w podstawowym znaczeniu jest własnością sądów.

3.1.5. Modalności. Wiadomo, iż w szkole stoickiej zajmowano się modalnościami. Diodor Kronos przez *możliwe* w danej chwili rozumiał to, co jest w niej prawdziwe lub będzie takie w przyszłości. *Niemożliwe* zaś w danym momencie jest to, co będąc fałszywym nie będzie w żadnym późniejszym momencie prawdziwe. *Konieczne* w momencie jest to, co będąc prawdziwym nie będzie fałszywe w żadnym późniejszym momencie. Z kolei *niekonieczne* w danej chwili jest to, co nie jest prawdziwe lub będzie fałszywe w pewnym późniejszym momencie.[42] Diodor wykazywał poprawność swych definicji poprzez argument władczy.[43] Diodor miał dowodzić, że wśród trzech poniższych wypowiedzi nie wszystkie mogą być prawdziwe:
1) Każdy prawdziwy sąd o przeszłości jest konieczny.
2) Niemożliwy sąd nie wynika z możliwego.
3) Istnieje sąd możliwy, który nie jest i nie będzie prawdziwy.
Diodor przyjmował tezy 1) i 2) natomiast odrzucał tezę 3).

Z kolei Filon mówił, że możliwe jest to, co dopuszcza prawdziwość ze swej natury. Konieczne według niego jest to, co będąc prawdziwym nie dopuszcza ze swej natury fałszywości.[44]

Jeśli chodzi o pojęcie możliwości i konieczności według Chryzypa, Diogenes[45] sugeruje, iż sąd jest możliwy kiedy „dopuszcza prawdziwość, gdy okoliczności zewnętrzne nie stoją na przeszkodzie jego prawdziwości". Natomiast jest konieczny, gdy będąc prawdziwym nie dopuszcza fałszywości.

3.2. Spójniki zdaniowe

Można domniemywać, że stoicy z pewnym upodobaniem dyskutowali warunki prawdziwości spójników zdaniowych.

3.2.1 Koniunkcja. Niestety do końca nie wiemy, które ze spójników zdaniowych były przez stoików rozumiane w sposób ekstensjonalny. Obawa ta raczej nie dotyczy koniunkcji. Chodzi o złożony sąd zbudowany za pomocą spójnika 'i'. Według świadectwa Sekstusa koniunkcja jest definiowana eks-

---

[42] Por. Boecjusz, *In De Interp.*, wyd. Meiser, 234.

[43] Por. Epiktet, *Dissertationes ab Ariano digestæ*, II, 19, 1.

[44] Por. Boecjusz, *In De Interp.*, wyd. Meiser, 234 (znane są inne przekazy dotyczące definicji Filona).

[45] Por. [6], VII, 75.

tensjonalnie. Koniunkcja jest prawdziwa wtw oba jej człony są prawdziwe.[46] Następująca tabelka wyznacza jednoznacznie sposób rozumienia funktora koniunkcji:

$v(A)$	$v(B)$	$v(A \wedge B)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Okazuje się, że powszechnie znane tabelki prawdziwościowe są wynalazkiem szkoły stoickiej.[47]

3.2.2. Alternatywa. Stoicy znali różne rodzaje alternatywy. W pewnych tekstach można znaleźć potwierdzenie stosowania przez nich alternatywy nierozłącznej[48], dla której $v(A \vee B) = \max\{v(A), v(B)\}$, tzn.

$v(A)$	$v(B)$	$v(A \vee B)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Jako uogólnienie powyższej definicji podajmy określenie nierozłącznej alternatywy n-argumentowej '$\vee_n$':

$$v(\vee_n(A_1, \ldots, A_n)) = \max\{v(A_1), \ldots, v(A_n)\}\,.$$

Łatwo zauważyć, iż przy dowolnym wartościowania zmiennych v mamy: $v(\vee_n(A_1, \ldots, A_n)) = v(A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n)$ ('$\vee$' jest łączna, zatem w formule '$(\cdots(A_1 \vee A_2) \vee \cdots \vee A_n)$' możemy opuścić nawiasy). Ze względu na powyższe zazwyczaj nie wprowadza się '$\vee_n$', dla $n \geqslant 3$.

Jednak najprawdopodobniej stoicy stosowali przede wszystkim alternatywę rozłączną, która, jak łatwo zauważyć, występuje w dwóch ostatnich niedowodliwych sekwentach.[49] W pracach komentujących poglądy stoików dotyczące prawdziwości alternatywy można znaleźć następujące definicje:

> alternatywa jest prawdziwa, gdy ma jeden [człon] prawdziwy ([14, I, 282]);
>
> spójnik ten oznajmia, że jedno z tych zdań jest fałszywe ([6, VII, 72]).

---

[46] Por. [14], II, 125.

[47] Por. [14], II, 247.

[48] Galen, *Institutio Logica*, 12.

[49] Zob. dalej s. 223.

Jeśli powyższe definicje odnoszone byłyby do spójnika dwuargumentowego oraz 'jeden' jest użyte w sensie 'dokładnie jeden', to są one równoważne i odpowiada im następująca tabelka:

$v(A)$	$v(B)$	$v(A \veebar B)$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Zastanówmy się teraz nad wieloargumentową alternatywą rozłączną.[50] Gdy w języku potocznym mówimy 'albo A albo B albo C' w sensie rozłącznym, to nie dopuszczamy możliwości wszystkich prawdziwych A, B i C, w którym to przypadku prawdziwa jest alternatywa $A \veebar B \veebar C$ (spójnik '$\veebar$' jest łączny, więc opuszczamy nawias). Zatem w takiej sytuacji widoczne jest, że używamy spójnika trójargumentowego, a nie dwukrotnej iteracji spójnika dwuargumentowego.

Dla $n \geqslant 3$ wprowadźmy n-argumentowy spójnik alternatywy rozłącznej, który spełnia następujący warunek:

$$v({\veebar}_n(A_1, \dots, A_n)) = 1 \quad \text{wtw} \quad v(A_i) = 1 \text{ dla dokładnie jednego } 1 \leqslant i \leqslant n\,.$$

Mates sugeruje, iż wieloargumentowy spójnik alternatywy mógł być rozumiany jako spójnik nieprawdziwościowy

> Wszystkie człony alternatywy powinny być wzajemnie niezgodne, a również sądy sprzeczne z nimi (które Grecy nazywają *antikeimena*), powinny nie dopuszczać równoczesnej prawdziwości. Spośród wszystkich członów alternatywy jeden powinien być prawdziwy, a inne fałszywe.[51]

Niestety powyższy fragment jest bardzo tajemniczy. Możemy próbować interpretować opisywany w nim spójnik jako n-argumentowy spójnik modalny $\overset{\Box}{\veebar}_n$ spełniający warunek:

$$v(\overset{\Box}{\veebar}_n(A_1, \dots, A_n)) = 1 \quad \text{wtw} \quad v(\Box(A_1 \vee \dots \vee A_n)) = 1 \;\& \; \bigwedge_{i \neq j} v(\Diamond(A_i \wedge A_j)) = 0\,.$$

Nadal jednak nie rozumiemy środkowej części cytatu.

[50] Znane są fragmenty mówiące, że stoicy dopuszczali taką alternatywę: [14], II, 434.

[51] Geliusz, *Noctes Atticae*, XVI, viii, 12–14.

Poza tym stoicy używali też alternatywy w znaczeniu dzisiejszej dysjunkcji Sheffera[52]:

$v(A)$	$v(B)$	$v(A/B)$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Dzięki Apoloniuszowi możemy przypuszczać, że stoicy uświadamiali sobie własność przemienności alternatywy.[53]

3.2.3. Implikacja. Najwięcej trudności łączy się z implikacją. Okres warunkowy to sąd molekularny powstały w wyniku połączenia dwóch sądów za pomocą zwrotu 'jeśli ..., to ...'. Drugi sąd miał wynikać z pierwszego. Cały problem jednak rodził się, gdy trzeba było wyeksplikować co miało znaczyć owo „wynikać". Stoicy stosowali kilka różnych definicji i chyba w swym własnym gronie nie mogli się zdecydować na jedno rozumienie.

Pierwsza ewentualność, to implikacja Filona. Według przekazu Sekstusa odpowiada jej następująca tabelka[54]:

$v(A)$	$v(B)$	$v(A \to B)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

W tym rozumieniu zdanie (sąd) zbudowane z implikacji jest prawdziwe wtw nie ma prawdziwego poprzednika i fałszywego następnika. Jest to więc «zwyczajna» implikacja materialna. Podkreślmy, iż Sekstus przypisuje stoikom rozumienie implikacji właśnie w sensie implikacji Filona.

U Sekstusa[55] znajdujemy zdania postaci: 'jeśli jest dzień, to ja rozmawiam'. Łatwo zauważyć, że jeśli mamy na myśli tego rodzaju przykłady, to w zależności od stanu rzeczy, który w danej chwili ma miejsce, identyczne zdania (właściwie reprezentowane przez nie sądy), raz są prawdziwe a raz fałszywe (zdania te nie są doprecyzowane). Dodajmy, że obok zdań o nieustalonej wartości logicznej u Sekstusa pojawiają się również zdania, które

[52] Por. Galen, *Institutio Logica*, 11.

[53] Por. I Bekker, *Anecdota Graeca*, II, 485.

[54] Por. [14], II, 247.

[55] Por. [13], VIII, 115.

denotują sądy o ustalonej dla Greków prawdziwości: 'Jeśli ziemia lata, to ma skrzydła'[56]. Tak więc implikacja Filona rozpatrywana na tle przykładów pierwszego rodzaju pozornie nie współgra z duchem stoików, którzy chyba raczej zwracali uwagę na formę analizowanych zdań, niż na treść. Być może ze względu na uzyskiwanie raz fałszu, a raz prawdy tych samych zdań, w gronie stoików dyskutowano inny rodzaj implikacji. Była to tzw. implikacja Diodora.[57] W tym przypadku mówi się, że jest ona prawdziwa „jeżeli nie jest, ani nigdy nie było możliwe, aby miał on (tzn. sąd warunkowy) poprzednik prawdziwy, a następnik fałszywy" ([14, II, 115]). Mates zauważa, że jest ona prawdziwa, gdy dla każdego momentu jest prawdziwa odpowiednia implikacja Filona.

Inna omawiana implikacja, to implikacja Chryzypa, która jest prawdziwa, gdy sąd sprzeczny (przeciwny) z następnikiem jest niezgodny (przeciwny)[58] z poprzednikiem. Ten rodzaj implikacji jest najbardziej bliski implikacji ścisłej Lewisa '$\prec$', której znaczenie można zapisać za pomocą spójnika modalnego: $v(A \prec B) = 1$ wtw $v(\Diamond(A \wedge \neg B)) = 0$.[59]

W ostatnim ze znanych nam sposobów rozumienia implikacji, jest ona prawdziwa, gdy następnik zawiera się znaczeniowo w poprzedniku.[60]

W dwóch powyższych definicjach prawdziwości natrafiamy na pojęcia, które nie są dookreślone (niezgodność i zawieranie). Prawdopodobnie stoicy zdawali sobie sprawę z pewnych związków jakie zachodzą między owymi implikacjami. Sekstus referując je szereguje w porządku od najsłabszej do najsilniejszej.[61]

Niektórzy badacze sądzą, że stoicy wyróżniali również równoważność. Uzasadnieniem dla tego przypuszczenia jest używanie przez Galena pojęcia okresu warunkowego właśnie w znaczeniu równoważności.

3.2.4. Negacja. Wydaje się, że negacja nie w każdej sytuacji była traktowana jako zwykły zdaniowy funktor prawdziwościowy. Stosowano ją do przeczenia i wówczas stawiano ją przed negowanym sądem, uzyskiwano sądy *przeczące*.[62] Poza tym stosowano wyrażenia zaprzeczające w stylu 'żaden', czy też 'nikt', które łączono z predykatem i wówczas, podobnie zresztą jak w

[56] Zob. [14], II, 246.

[57] Należy pamiętać, że chronologicznie Diodor był poprzednikiem Filona.

[58] Chodzi chyba o wzajemne wykluczanie się.

[59] Można tę definicję kojarzyć również z prawem kontrapozycji.

[60] Zob. dalej s. 212.

[61] Zob. [13], II, 110–113.

[62] Por. [6], VII, 69–70.

pierwszym przypadku uzyskiwano sąd atomowy, tym razem *zaprzeczający*. Jeśli przeanalizujemy przykłady konkretnych wnioskowań i schematów niedowodliwych wnioskowań, to możemy domniemywać, iż negacja w pierwszym sensie, o ile miała poprzedzać zdanie już zanegowane, prowadziła do sądu sprzecznego z nim. Przy czym dwa sądy byłyby sprzeczne wtw gdy jeden był negacją drugiego (tylko jeden z nich poprzedzony był negacją).

3.3. Wzajemna definiowalność spójników zdaniowych

Stoicy najwyraźniej zdawali sobie sprawę ze związków jakie zachodzą między ekstensjonalnymi spójnikami zdaniowymi. Cyceron[63] przepisuje Chryzypowi przekonanie o równoważnościowym charakterze implikacji $p \rightarrow q$ i zanegowanej koniunkcji $\neg(p \wedge \neg q)$. Z kolei alternatywa rozłączna daje się wyrazić jako równoważność jednego składnika z zanegowanym drugim.[64]

Zauważmy, że stosując nasz formalizm, można udowodnimy następujący związek między implikacją i koniunkcją (zob. dalej s. 227):

$$A \wedge \neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$$

Wzór ten pozostaje również prawdziwy dla implikacji Lewisa.

4. Sformułowanie systemu stoików za pomocą języka sekwentów

4.1. Pojęcie wnioskowania

Przez *wnioskowanie* (*argument*) (*λόγος*) stoicy rozumieli układ zestawiony z przesłanek i wniosku. Przy czym zarówno przesłanki jak i wniosek są sądami.[65] Z pewnością stoicy odróżniali okres warunkowy od wnioskowania. Stoicy przyjmowali, że niektóre wnioskowania są *konkluzywne* (inaczej sprawne[66] bądź wnioskodawcze[67]). Wnioskowanie jest konkluzywne, gdy wniosek wynika z koniunkcji przesłanek.[68] Znane jest tzw. kryterium, czy też zasada przekształcania wnioskowań w sądy warunkowe. Mówi ono, że konkluzja *wynika* z przesłanek, jeśli sąd warunkowy którego poprzedni-

[63] Cycero, *De Fato*, VIII, 15.

[64] Galen, *Institutio Logica*, 9.

[65] Zob. [13], II, 136.

[66] Pojęcie używane przez A. Krokiewicza w [7].

[67] W tłumaczeniu I. Dąmbskiej.

[68] Zob. [14], II, 415.

kiem jest koniunkcja przesłanek, zaś następnikiem konkluzja, jest logicznie prawdziwy.[69] Zatem kryterium to zadaje związek między argumentami a sądami nieprostymi.

Jest wysoce prawdopodobne, że stoicy przyjmowali, iż niektóre wnioskowania są konkluzywne z założenia, inne za dające się wywieść z wcześniej założonych, zaś jeszcze inne uznawali za niesprawne, gdy nie należały do żadnej z dwóch wymienionych klas (wiadomo, że posiadali dość rozbudowaną klasyfikację wnioskowań). Wnioskowanie jest *prawdziwe* wtw jest konkluzywne i jego przesłanki są prawdziwe.[70] Wnioskowanie jest *fałszywe* wtw nie jest konkluzywne lub jego przesłanki są fałszywe.[71] Prawdziwe wnioskowanie jest *dowodzące* wtw jego konkluzja nie jest oczywista.[72] Wnioskowanie zwane jest *niedowodliwym* wtw albo jego konkluzywność jest widoczna sama przez się i nie wymaga dowodu, albo nie zostało ono udowodnione.[73] Jak pisze Sekstus Empiryk niedowodliwe wnioskowania były dzielone na proste i nieproste.[74] Nieproste wymagają sprowadzenia do prostych (ale nadal są niedowodliwe). Badacze w tym punkcie preferują świadectwo Diogenesa, który dzieli wnioskowania na niedowodliwe i te które dają się do nich sprowadzić. Jeśli wnioskowanie należy do którejś z dwóch wymienionych grup, to zwie się *sylogistycznym*.[75] Wśród stoików nie było jednomyślności co do sposobu traktowania tzw. wnioskowań *tautologicznych* (*ἀδιαφόρως περαίνοντες*), w których konkluzja była identyczna z jedną z przesłanek.[76]

Charakterystyczne dla logiki stoików jest pojawienie się, prawdopodobnie po raz pierwszy w historii, metareguł. Żeby jednak wypowiedzieć regułę trzeba „wznieść" się ponad język przedmiotowy, do poziomu metajęzyka (w odróżnieniu do praw, które dają się wyrazić w języku przedmiotowym). Wydaje się, że stoicy posiadali świadomość poziomów jakie można wyróżnić w języku. Swe reguły wypowiadali w formie trybów (*τρόπος*), posługiwali się również przykładami konkretnych wnioskowań. Dla wypowiedzenia trybów jako zmiennych używali liczebników: „Jeśli pierwsze, to drugie, ponieważ

---

[69] Zob. [13], II, 137 i [14], II, 415–416.

[70] Zob. [14], II, 414.

[71] Zob. [14], II, 419–420.

[72] Zob. [14], II, 423.

[73] Zob. [14], II, 223.

[74] Zob. [14], II, 228–229.

[75] Zob. [6], VII, 78.

[76] Stoicy rozważali tego typu sekwenty, zob. np. Aleksander z Afrodyzji, *In Top.*, wyd. Wallies, s. 10, l. 5. Odnośnie tych sekwentów por. dalej s. 224 i 237.

pierwsze zatem drugie" [14, II, 224, 227]. Stosowali też konstrukcje, w których współwystępowały konkretne zdania i liczebniki.[77]

4.2. Niedowodliwe wnioskowania (dedukcja naturalna)

Według dostępnych nam źródeł, stoicy zwykle przyjmowali pięć schematów wnioskowań niejako aksjomatycznie.[78] Jak już wspomnieliśmy stoicy operowali schematami, czy też trybami wnioskowań. Ponieważ podstawiali w swych schematach zdania złożone[79], zatem możemy przyjąć regułę podstawiania lub stosować schematy sekwentów (oczywiście tylko wtedy, gdy operujemy na wnioskowaniach). Przyjmijmy to drugie rozwiązanie.

O pięciu wyróżnionych wnioskowaniach mówiono, że są niedowodliwe w tym sensie, iż są oczywiste i nie ma potrzeby ich uzasadniania. Dzisiaj powiemy że stanowiły one aksjomatykę rachunku sekwentów. Wypiszmy je w postaci schematów wnioskowań[80]:

(R1)	$A \to B,\ A \vdash B$	*modus ponens*
(R2)	$A \to B,\ \neg B \vdash \neg A$	*reguła kontrapozycji*
(R3)	$\neg(A \wedge B),\ A \vdash \neg B$	*sylogizm alternatywny*
(R3′)	$\neg(A \wedge B),\ B \vdash \neg A$	
(R4)	$A \veebar B,\ A \vdash \neg B$	*reguły dla alternatywy rozłącznej*
(R4′)	$A \veebar B,\ B \vdash \neg A$	
(R5)	$A \veebar B,\ \neg A \vdash B$	
(R5′)	$A \veebar B,\ \neg B \vdash A$	

O ile nam wiadomo, dowody stoików w praktyce polegały na stosowaniu do przesłanek wnioskowania, które ma być przeanalizowane, pięciu niedowodliwych schematów w taki sposób, by uzyskać w końcu żądaną konkluzję. Takie dowody odpowiadałyby współczesnej dedukcji naturalnej.

4.2.1. Pojęcie dowodu wnioskowania. W punkcie tym formalnie wyrazimy zarysowane powyżej intuicyjne ujęcie dowodu wnioskowania.

Sekwentami podstawowymi nazywać będziemy wszystkie sekwenty, które podpadają pod jeden ze schematów sekwentów (Ri) lub (Ri') dla pewnego $1 \leqslant i \leqslant 5$.

---

[77] Por. [6], VII, 77.

[78] Cyceron w „Topica", 57 wymienia ich większą liczbę.

[79] Por. np. [14], II, 233 i 236.

[80] Por. np. [13], II, 157–159.

DEFINICJA 5. Niech $A \in \mathsf{Form}$ i $\Gamma \in \mathcal{P}^{+}_{\mathrm{fin}}(\mathsf{Form})$. Sekwent $\Gamma \vdash A$ *ma dowód w systemie dedukcji naturalnej* wtw istnieje skończony ciąg formuł C_1, C_2, …, C_n, który spełnia trzy poniższe warunki:

1° $C_n = A$;
2° istnieją $i, j < n$ takie, że $\{C_i, C_j\} \vdash C_n$ jest sekwentem podstawowym;
3° dla każdego $k \in \{1, \ldots, n-1\}$:
  (a) albo $C_k \in \Gamma$,
  (b) albo istnieją $i, j < k$ takie, że $\{C_i, C_j\} \vdash C_k$ jest sekwentem podstawowym.

UWAGA 1. W definicji 5, ażeby być bliżej tego o co prawdopodobnie chodziło stoikom, zamiast o formułach należałoby mówić albo o danych sądach wyrażonych przez konkretne zdania, albo o schematach zdań denotujących sądy.

Sekwenty mające dowód w sensie powyższej definicji odpowiadają stoickiej kategorii niedowodliwych wnioskowań, które dają się sprowadzić do pięciu wnioskowań podstawowych.

4.2.2. Przykłady dedukcji wnioskowań „niedowodliwych". Zauważmy, że — zgodnie z definicją 5 — w ogólnym przypadku nie ma dowodu „tautologiczny" (zob. s. 222) sekwent $A, B \vdash A$.[81] Spośród sektwentów tautologicznych udowodnimy jednak tzw. sekwent „powtórzeniowy"[82] podpadający pod schemat (R1):

(1) $$A, A \to A \vdash A$$

Dowód.

1.	A	zał.
2.	$A \to A$	zał.
3.	A	1, 2, (R1)

Sekstus podaje następujące wnioskowanie wraz ze szkicem dowodu[83]:

(2) $$(A \wedge B) \to C, \neg C, A \vdash \neg B$$

Dowód.

1.	$(A \wedge B) \to C$	zał.
2.	$\neg C$	zał.
3.	A	zał.

[81] Np. nie udowodnimy sekwentu: $p, q \vdash p$.

[82] „Wnioskowanie powtórzeniowe (διφορούμενοι) to wnioskowanie zawierające w roli przesłanki [...] powtórzeniowy okres warunkowy." [11, s. 98]

[83] Zob. [14], I, 235, 236.

4.	$\neg(A \wedge B)$	1, 2, (R2)
5.	$\neg B$	3, 4, (R3)

Prezentuje również inne wnioskowanie, także ze szkicem dowodu[84]:

(3) $$A \rightarrow (A \rightarrow B), A \vdash B$$

Dowód.

1.	$A \rightarrow (A \rightarrow B)$	zał.
2.	A	zał.
3.	$A \rightarrow B$	1, 2, (R1)
4.	B	2, 3, (R1)

Udowodnimy uogólnienie sekwentu (3):

(4) $$A \rightarrow (B \rightarrow C), A, B \vdash C$$

Dowód.

1.	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	zał.
2.	A	zał.
3.	B	zał.
4.	$B \rightarrow C$	1, 2, (R1)
5.	C	3, 4, (R1)

4.3. Rachunek sekwentów

Poza wymienionymi niedowodliwymi schematami stoicy stosowali cztery reguły przekształcania wnioskowań (θέματα). Inne wnioskowania próbowano sprowadzić do pięciu podstawowych, stosując owe cztery reguły przekształcania wnioskowań, dzisiaj powiedzielibyśmy reguły inferencji. Znamy tylko dwie z nich. W dostępnym nam wysłowieniu pierwszej reguły (τὸ πρώτøν τέμα) przekształcane są jedynie wnioskowania z dwoma przesłankami: „Jeżeli z dwóch sądów wywiedliśmy trzeci, to którykolwiek z tych dwóch w połączeniu z zaprzeczeniem konkluzji daje zaprzeczenie pozostałego" [11, s. 113]. Formalnie:

$$\frac{A, \epsilon B \vdash \varepsilon C}{A, \bar{\varepsilon} C \vdash \bar{\epsilon} B}$$

gdzie albo ϵ (odp. ε) jest ciągiem pustym i $\bar{\epsilon}$ (odp. $\bar{\varepsilon}$) jest negacją '$\neg$', albo ϵ (odp. ε) jest negacją '$\neg$' oraz $\bar{\epsilon}$ (odp. $\bar{\varepsilon}$) jest ciągiem pustym.[85] Będziemy

[84] Por. [14], I, 230–233.

[85] Stoicy prawdopodobnie automatycznie eliminowali podwójne negacje.

jednak stosować tę regułę w postaci uogólnionej:

$$(\mathrm{MT1})\quad \frac{\Gamma, A, \epsilon B \vdash \varepsilon C}{\Gamma, A, \bar{\varepsilon} C \vdash \bar{\epsilon} B}$$

Znamy również trzecią regułę[86] ($\tau\grave{o}\ \tau\rho\acute{\iota}\tau\o\nu\ \tau\acute{\epsilon}\mu\alpha$):

$$(\mathrm{MT3})\quad \frac{\Gamma \vdash A \qquad A, B \vdash C}{\Gamma, B \vdash C}$$

Reguła (MT3) to tzw. *reguła cięcia.*

Według Matesa jedną z pozostałych reguł albo być może bardziej użyteczną wersją reguły trzeciej jest inna wersja reguły cięcia. Zwana była ona $\theta\varepsilon\acute{\omega}\rho\eta\mu\alpha$[87]:

$$(\mathrm{Th})\quad \frac{\Gamma \vdash A \qquad A, \Gamma \vdash C}{\Gamma \vdash C}$$

Wydaje się, że dowód konkluzywności wnioskowaniu w oparciu o $\theta\acute{\epsilon}\mu\alpha\tau\alpha$, jako reguł przekształcania pięciu wnioskowań niedowodliwych, mógł być bardziej elegancką wersją dedukcji przeprowadzanych w pracy codziennej, które miały prawdopodobnie charakter dowodu w pierwszym z przedstawionych sensie. Reguły inferencyjne stosowano do schematów aksjomatycznych w taki sposób, by niejako od razu uzyskać schemat poszukiwany. W punkcie 4.3.1 podamy przykłady takich dedukcji. Udowodnimy schematy przypisywane stoikom. Stoicy uważali, że wszystkie konkluzywne (inaczej: sylogistyczne) wnioskowania dają się otrzymać z pięciu wyjściowych za pomocą czterech reguł. Problem pełności poruszymy w rozdziale 5.

Przyjmijmy drugą formalną definicję dowodu wnioskowania podyktowaną powyżej przedstawioną intuicją:

Definicja 6. Sekwent $\Gamma \vdash A$ *ma dowód w rachunku sekwentów* wtw istnieje ciąg sekwentów S_1, S_2, …, S_n, który spełnia poniższe dwa warunki:

1° S_n jest sekwentem $\Gamma \vdash A$;

2° dla każdego $i \in \{1, \ldots, n\}$:

- (a) albo S_i jest sekwentem podstawowym,
- (b) albo istnieje $j < i$, że S_i jest sekwentem uzyskanym z sekwentu S_j w wyniku zastosowania reguły (MT1),
- (c) albo istnieją $j, k < i$, że S_i jest sekwentem uzyskanym z sekwentów S_j i S_k w wyniku zastosowania reguły (MT3).

[86] Apulejusz, *In de Interp. Comm.*, wyd. Oud., s. 277–278, Aleksander z Afrodyzji, *In An. Pr. Comm.*, wyd. Wallies, s. 278 oraz Symplicjusz, *In De Caelo*, wyd. Heiberg, s. 236.

[87] Por. [14], II, 231.

Przypomnijmy, że sekwent jest parą, w której pierwszym wyrazem jest zbiór przesłanek. Zatem w zapisie danego sekwentu kolejność wymienianych przesłanek jak i ich powtórzania nie są istotne. Aby jednak uwidocznić działanie «przejść dowodowych» niekiedy nie będziemy przestrzegać tej zasady. Stąd wprowadzimy inny zapis reguły (MT1) w postaci:

$$\frac{\Gamma, \epsilon A, B \vdash \varepsilon C}{\Gamma, B, \bar{\varepsilon} C \vdash \bar{\epsilon} A}$$

Takie postępowanie tłumaczy również przyjęcie — teoretycznie zbędnych — reguł dowodzenia permutacji i kontrakcji:

$$(\mathrm{P}\vdash)\quad \frac{\Gamma, A, B, \Delta \vdash C}{\Gamma, B, A, \Delta \vdash C}$$

$$(\mathrm{C}\vdash)\quad \frac{\Gamma, A, A, \Delta \vdash C}{\Gamma, A, \Delta \vdash C}$$

4.3.1. Przykłady dowodów w rachunku sekwentów. Na początek podamy cztery proste dowody sekwentów, których nie udowodnimy za pomocą dedukcji naturalnej.

(5) $$A, B \vdash A \wedge B$$

Dowód.

1. $\neg(A \wedge B), A \vdash \neg B$ (R3)
2. $A, B \vdash A \wedge B$ 1, (MT1)

(6) $$A, \neg B \vdash \neg(A \to B)$$

Dowód.

1. $A \to B, \neg B \vdash \neg A$ (R2)
2. $A, \neg B \vdash \neg(A \to B)$ 1, (MT1)

(7) $$A, B \vdash \neg(A \veebar B)$$

Dowód.

1. $A \veebar B, A \vdash \neg B$ (R4)
2. $A, B \vdash \neg(A \veebar B)$ 1, (MT1)

(8) $$\neg A, \neg B \vdash \neg(A \veebar B)$$

Dowód.

1. $A \veebar B, \neg A \vdash B$ (R5)
2. $\neg A, \neg B \vdash \neg(A \veebar B)$ 1, (MT1)

Zarówno u Sekstusa jak i u Orygenesa[88] można znaleźć przykład następującego wnioskowania, uznawanego przez stoików:[89]

(9) $$A \to B, A \to \neg B \vdash \neg A$$

Dowód.

1. $A \to \neg B, B \vdash \neg A$ (R1), (MT1)
2. $A, B \vdash \neg(A \to \neg B)$ 1, (MT1)
3. $A \to B, A \vdash B$ (R1)
4. $A \to B, A, A \vdash \neg(A \to \neg B)$ 2, 3, (MT3)
5. $A \to B, A \vdash \neg(A \to \neg B)$ 4, (C $\vdash$)
6. $A \to B, A \to \neg B \vdash \neg A$ 5, (MT1)

A oto inny dowód sekwentu (9):

1. $A \to B, A \vdash B$ (R1)
2. $A, \neg B \vdash \neg(A \to B)$ 1, (MT1)
3. $A \to \neg B, A \vdash \neg B$ (R1)
4. $A, A, A \to \neg B \vdash \neg(A \to B)$ 2, 3, (MT3)
5. $A, A \to \neg B \vdash \neg(A \to B)$ 4, (C $\vdash$)
6. $A \to B, A \to \neg B \vdash \neg A$ 5, (MT1)

Sekwent (2) ze s. 224 ma następujący dowód w rachunku sekwentów:

1. $A \wedge B \to C, \neg C \vdash \neg(A \wedge B)$ (R2)
2. $\neg(A \wedge B), A \vdash \neg B$ (R3)
3. $A \wedge B \to C, \neg C, A \vdash \neg B$ 1, 2, (MT3)

Dowód dla sekwentu (3) ze s. 225 można zapisać w następujący sposób rachunku sekwentów:

1. $A \to (A \to B), A \vdash A \to B$ (R1)
2. $A \to B, A \vdash B$ (R1)
3. $A \to (A \to B), A, A \vdash B$ 1, 2, (MT3)
4. $A \to (A \to B), A \vdash B$ 3, (C $\vdash$)

A. Krokiewicz w [7, s. 194] naszkicował ideę dowodu poniższego sekwentu, którego dowód można odtworzyć dopiero w rachunku sekwentów[90]:

(10) $$A \to A, \neg A \to A, A \veebar \neg A \vdash A$$

---

[88] Orygenes, *Przeciw Celsusowi*, VII, 15.

[89] Poniższy sekwent dopuszcza interpretację implikacji w sensie Chryzypa (por. s. 220). W logice **T** z przesłanki $A \prec B \wedge A \prec \neg B$ wynika formuła $\Box\neg A$, a z niej wynika: $\neg A$.

[90] Por. [14], II, 281.

Dowód.

1. $\neg A \to A, \neg A \vdash A$ (R1)
2. $\neg A, \neg A \vdash \neg(\neg A \to A)$ 1, (MT1)
3. $A \to A, \neg A \vdash \neg A$ (R2)
4. $A \to A, \neg A, \neg A \vdash \neg(\neg A \to A)$ 1, 3, (MT3)
5. $A \to A, \neg A \vdash \neg(\neg A \to A)$ 4, (C $\vdash$)
6. $A \veebar \neg A, \neg A \vdash \neg A$ (R5)
7. $A \to A, \neg A \veebar A, \neg A \vdash \neg(\neg A \to A)$ 5, 6, (MT3)
8. $A \to A, \neg A \to A, A \veebar \neg A \vdash A$ 7, (MT1)

Mocniejszą wersją sekwentu (10) jest poniższy sekwent:[91]

$$A \to B, \neg A \to B \vdash B \tag{11}$$

Dowód.

1. $A \to B, \neg B \vdash \neg A$ (R2)
2. $\neg A \to B, \neg A \vdash B$ (R1)
3. $\neg B, \neg A \vdash \neg(\neg A \to B)$ 2, (MT1)
4. $A \to B, \neg B \vdash \neg(\neg A \to B)$ 1, 3, (MT3)
5. $A \to B, \neg A \to B \vdash B$ 4, (MT1)

Rozważmy wnioskowania:

$$A \to \neg A \vdash \neg A \tag{12}$$

Dowód.

1. $A \to \neg A, A \vdash \neg A$ (R1)
2. $A, A \vdash \neg(A \to \neg A)$ 1, (MT1)
3. $A \vdash \neg(A \to \neg A)$ 2, (C $\vdash$)
4. $A \to \neg A \vdash \neg A$ 3, (MT1)

Analogicznie daje się udowodnić następujący sekwent:

$$\neg A \to A \vdash A \tag{13}$$

Dowód.

1. $\neg A \to A, \neg A \vdash A$ (R1)
2. $\neg A, \neg A \vdash \neg(\neg A \to A)$ 1, (MT1)
3. $\neg A \vdash \neg(\neg A \to A)$ 2, (C $\vdash$)
4. $\neg A \to A \vdash A$ 3, (MT1)

---

[91] Sekwent ten dopuszcza interpretację implikacji w sensie Chryzypa. W logice **T** z przesłanki $A \prec B \wedge \neg A \prec B$ wynika $\Box B$, a stąd wynika B.

Schematy (12) i (13) są analizowane przez Krokiewicza w [7]. Zwraca on uwagę, iż stoicy zwykle nie chcieli uznawać schematów jednoprzesłankowych, choć jak twierdzi Sekstus zdania w tym względzie były podzielone.[92]

Przedstawimy dowód interesującego sekwentu, z którego łatwo wyprowadzimy inny sekwent (15) stanowiący uogólnienie sekwentu (10).

(14) $$A \to C, B \to C, \neg C \vdash \neg(A \veebar B)$$

Dowód.

1. $A \to C, \neg C \vdash \neg A$ (R2)
2. $\neg A, \neg B \vdash \neg(A \veebar B)$ (8)
3. $A \to C, \neg C, \neg B \vdash \neg(A \veebar B)$ 1, 2, (MT3)
4. $B \to C, \neg C \vdash \neg B$ (R2)
5. $A \to C, B \to C, \neg C \vdash \neg(A \veebar B)$ 3, 4, (MT3*)[93]

(15) $$A \veebar B, A \to C, B \to C \vdash C$$

Dowód.

1. $A \to C, B \to C, \neg C \vdash \neg(A \veebar B)$ (14)
2. $A \veebar B, A \to C, B \to C \vdash C$ 1, (MT1)

A oto dwa schematy rozpatrywane przez Matesa:

(16) $$A \to (B \veebar C), \neg B, \neg C \vdash \neg A$$

Dowód.

1. $A \to (B \veebar C), \neg(B \veebar C) \vdash \neg A$ (R2)
2. $\neg B, \neg C \vdash \neg(B \veebar C)$ (8)
3. $A \to (B \veebar C), \neg B, \neg C \vdash \neg A$ 1, 2, (MT3)

(17) $$A \veebar B, A \vdash A$$

Dowód.

1. $A \veebar B, \neg B \vdash A$ (R5′)
2. $A \veebar B, A \vdash \neg B$ (R4)
3. $A \veebar B, A \vdash A$ 1, 2, (MT3)

Na koniec schemat, według którego miał nawet myśleć pies Chryzypa:

(18) $$A \veebar B \veebar C, \neg A, \neg B \vdash C$$

W rozważanym przykładzie pozostaje problemem jak rozumieć wieloskładnikową alternatywę. Jeśli przyjmiemy, że chodzi o iterację dwuargumentowego funktora, to mamy:

---

[92] Por. [13], II, 137.

[93] Tu reguła (MT3) jest za słaba. Patrz s. 233.

$$(A \veebar B) \veebar C, \neg A, \neg B \vdash C$$

Dowód.

1.	$(A \veebar B) \veebar C, \neg(A \veebar B) \vdash C$	(R5)
2.	$\neg A, \neg B \vdash \neg(A \veebar B)$	(8)
3.	$(A \veebar B) \veebar C, \neg A, \neg B \vdash C$	1, 2, (MT3)

Sekwentu w wersji powyżej udowodnionej nie można wykazać w dedukcji naturalnej[94], choć możemy to zrobić dla sekwentu: $A \veebar (B \veebar C), \neg A, \neg B \vdash C$.

4.4. Związek między pojęciem dowodu dedukcji naturalnej i dowodu w rachunku sekwentów

Pokażemy, że jeśli sekwent $\Gamma \vdash A$ ma dowód w dedukcji naturalnej, to ma też dowód w rachunku sekwentów, jeśli regułę (MT1) zastąpimy następującą regułą osłabiania[95]:

$$(\mathrm{W} \vdash) \quad \frac{\Gamma \vdash B}{A, \Gamma \vdash B}$$

TWIERDZENIE 1. *Sekwent S ma dowód w systemie dedukcji naturalnej wtw S ma dowód w rachunku sekwentów, w którym w miejscu reguły* (MT1) *występują reguły* (W $\vdash$) *i* (Th).[96]

DOWÓD. „$\Leftarrow$" Oczywiste.

„$\Rightarrow$" Niech $S = \Gamma \vdash A$, gdzie $\Gamma \in \mathcal{P}^{+}_{\mathrm{fin}}(\mathsf{Form})$ i $A \in \mathsf{Form}$. Załóżmy, że S ma dowód w sensie definicji 5. Znaczy to, że istnieje ciąg formuł $\mathrm{p}^n := C_1, C_2, \ldots, C_n$, który spełnia warunki 1°–3° podane w definicji 5. Na mocy warunku 1°, $C_n = A$. Na mocy warunku 2°, istnieją $i, j < n$ takie, że $C_i, C_j \vdash A$ jest sekwentem podstawowym. Niech $m > 0$ będzie liczbę zastosowań sekwentów podstawowych w dowodzie p^n.

Na początek zauważmy, że przy dowolnym m jeśli $C_i, C_j \in \Gamma$, to tworzymy następujący ciąg dowodowy w rachunku sekwentów:

1.	$C_i, C_j \vdash A$	sekwent podstawowy
	$\vdots$	k-krotne użycie reguły (W $\vdash$)
$k+1$.	$\Gamma \vdash A$	k, (W $\vdash$)

[94] Istotnie wystarczy zauważyć, że do przesłanek nie można zastosować żadnej z reguł.

[95] Przyjęcie dodatkowej reguły związane jest z tym, iż w definicji dowodu w dedukcji naturalnej nie zakładaliśmy, że wszystkie przesłanki danego sekwentu muszą być wykorzystane.

[96] Tzn. pojęcie dowodu w tym rachunku definiujemy analogicznie jak w definicji 6, lecz z użyciem dwóch reguł cięcia (MT3) i (Th) oraz reguły osłabiania (W $\vdash$).

Komentarz: sekwent $C_i, C_j \vdash A$ jest aksjomatem, do którego stosujemy tyle razy regułę (W $\vdash$), aby uzyskać ewentualnie brakujące przesłanki ze zbioru Γ w tym sekwencie. (Pomijamy «zbędne» sekwenty podstawowe występujące w ciągu p^n.)

Skonstruujemy dowód sekwentu S w rachunku sekwentów indukcyjnie ze względu na liczbę m.

Krok wyjściowy: $m = 1$. Wtedy $C_i, C_j \in \Gamma$, więc konstruujemy dowód jak w poprzedniej uwadze.

Krok indukcyjny: $m > 1$ oraz albo $C_i \notin \Gamma$ albo $C_j \notin \Gamma$. Załóżmy indukcyjnie, że potrafimy skonstruować odpowiedni dowodowy ciąg sekwentów dla każdego dowodu w dedukcji naturalnej, w którym ilość zastosowań schematów podstawowych jest mniejsza od m. Rozpatrzymy trzy przypadki.

(i) $C_i \notin \Gamma$ oraz $C_j \notin \Gamma$: Z ciągu p^n wybieramy podciągi $\mathrm{p}^i := C_{i_1}, C_{i_2}, \ldots, C_{i_k}, C_i$ oraz $\mathrm{p}^j := C_{j_1}, C_{j_2}, \ldots, C_{j_l}, C_j$ takie, że dla zbiorów $\Delta := \Gamma \cap \{C_{i_1}, C_{i_2}, \ldots, C_{i_k}\}$ i $\Pi := \Gamma \cap \{C_{j_1}, C_{j_2}, \ldots, C_{j_l}\}$ są one dowodami w dedukcji naturalnej odpowiednio dla sekwentów $\Delta \vdash C_i$ i $\Pi \vdash C_j$. W dowodach p^i i p^j występuje co najwyżej $m - 1$ sekwentów podstawowych. Zatem — na mocy założenia indukcyjnego — istnieją ciągi sekwentów $\mathsf{P}^i_\Delta := S_1, \ldots, \Delta \vdash C_i$ oraz $\mathsf{P}^j_\Pi := S'_1, \ldots, \Pi \vdash C_j$, które są dowodami w rachunku sekwentów. Tworzymy ciąg sekwentów P^n_Γ dodając do ciągu sekwentów $\mathsf{P}^i_\Delta, \mathsf{P}^j_\Pi$ poniższy ciąg sekwentów:

	$\Delta \vdash C_i$	powtórzenie ostatniego elementu w P^i_Δ
	$\vdots$	
$(*)$	$\Gamma \vdash C_i$	uzupełnienie zbioru Δ do Γ za pomocą reguły (W $\vdash$)
	$\Pi \vdash C_j$	powtórzenie ostatniego elementu w P^j_Π
	$\vdots$	
$(**)$	$\Gamma \vdash C_j$	uzupełnienie zbioru Π do Γ za pomocą reguły (W $\vdash$)
$(\dagger)$	$C_i, C_j \vdash C_n$	ciąg podstawowy
$(\ddagger)$	$\Gamma, C_j \vdash C_n$	$(*)$, $(\dagger)$, (MT3)
	$\Gamma \vdash C_n$	$(**)$, $(\ddagger)$, (Th)

(ii) $C_i \notin \Gamma$ oraz $C_j \in \Gamma$: Do formuły C_i stosujemy rozważania z przypadku (i). Tworzymy ciąg sekwentów P^n_Γ dodając do ciągu sekwentów P^i_Δ poniższy ciąg sekwentów:

	$\Delta \vdash C_i$	powtórzenie ostatniego elementu w P^i_Δ
	$\vdots$	
$(*)$	$\Gamma \vdash C_i$	uzupełnienie zbioru Δ do Γ za pomocą reguły (W $\vdash$)

(†)	$C_i, C_j \vdash C_n$	ciąg podstawowy
	$\Gamma \vdash C_n$	(∗), (†), (MT3); $C_j \in \Gamma$

(iii) $C_i \in \Gamma$ oraz $C_j \notin \Gamma$: Do formuły C_j stosujemy rozważania z przypadku (i). Dalej jak w (ii). □

W twierdzeniu 1 można wyeliminować regułę osłabiania (W $\vdash$), jeśli sekwent $\Gamma \vdash A$ ma w systemie dedukcji naturalnej dowód „relewantny" w tym sensie, iż każdy element z Γ co najmniej raz wystąpił jako przesłanka w sekwencie podstawowym użytym do wyprowadzenia konkluzji A. Należy jednak zamiast reguł cięcia (MT3) i (Th) użyć ich uogólnionej wersji w postaci poniższej reguły:

$$(\mathrm{MT3}^\star) \quad \frac{\Gamma \vdash A \qquad A, \Delta \vdash C}{\Gamma, \Delta \vdash C}$$

Reguła (MT3*) rzeczywiście jest wzmocnieniem obu reguł (MT3) i (Th), gdyż aby otrzymać z niej dwie pozostałe wystarczy odpowiednio dokonać podstawień $\Delta = \{B\}$ oraz $\Delta = \Gamma$. Wydaje się jednak że nasze uogólnienie nie odbiega od idei stoików.

TWIERDZENIE 2. *Sekwent S ma „relewantny" dowód w systemie dedukcji naturalnej wtw S ma dowód w rachunku sekwentów z jedyną regułą cięcia* (MT3*).[97]

DOWÓD. „$\Leftarrow$" Oczywiste.

„$\Rightarrow$" Niech $S = \Gamma \vdash A$, gdzie $\Gamma \in \mathcal{P}^+_{\mathsf{fin}}(\mathsf{Form})$ i $A \in \mathsf{Form}$. W dowodzie wykorzystamy oznaczenia i fakty z dowodu twierdzenia 1.

Zauważmy, że jeśli $C_i, C_j \in \Gamma$, to skoro dowód p^n jest „relewantny", więc $m = 1$, $n = 3$, $i, j \in \{1, 2\}$, $i \neq j$ oraz $\Gamma = \{C_1, C_2\}$. Zatem odpowiedni dowód w rachunku sekwentów jest ciągiem jednoelementowym, złożonym z sekwentu podstawowego $C_1, C_2 \vdash A$.

Krok wyjściowy: $m = 1$. Wtedy $C_i, C_j \in \Gamma$.

Krok indukcyjny: $m > 1$. Wtedy $C_i \notin \Gamma$ lub $C_j \notin \Gamma$. Tak jak w dowodzie twierdzenia 1 rozpatrujemy trzy przypadki (i)–(iii).

(i) Skoro dowód p^n jest „relewantny", więc $\Gamma = \Delta \cup \Pi$. Ponadto, dowody p^i i p^j odpowiednio sekwentów $\Delta \vdash C_i$ oraz $\Pi \vdash C_j$ również są „relewantne". Ponieważ w dowodach p^i i p^j występuje co najwyżej $m - 1$ sekwentów podstawowych, więc — na mocy założenia indukcyjnego — ist-

[97] Tzn. pojęcie dowodu w tym rachunku definiujemy analogicznie jak w definicji 6, lecz bez użycia reguły (MT1) oraz z użyciem «mocnej» reguły cięcia (MT3*) zamiast «słabej» reguły (MT3).

nieją ciągi sekwentów $\mathsf{P}^i_\Delta := S_1, \ldots, \Delta \vdash C_i$ oraz $\mathsf{P}^j_\Pi := S'_1, \ldots, \Pi \vdash C_j$, które są dowodami w rachunku sekwentów. Tworzymy ciąg sekwentów P^n_Γ dodając do ciągu sekwentów $\mathsf{P}^i_\Delta, \mathsf{P}^j_\Pi$ poniższy ciąg sekwentów:

(∗)	$\Delta \vdash C_i$	powtórzenie ostatniego elementu w P^i_Δ
(∗∗)	$\Pi \vdash C_j$	powtórzenie ostatniego elementu w P^j_Π
(†)	$C_i, C_j \vdash C_n$	ciąg podstawowy
(‡)	$\Delta, C_j \vdash C_n$	(∗), (†), (MT3)
	$\Delta, \Pi \vdash C_n$	(∗∗), (‡), (MT3⋆)

(ii) Skoro dowód p^n jest „relewantny”, więc $\Gamma = \Delta \cup \{C_j\}$. Ponadto, dowód p^i sekwentu $\Delta \vdash C_i$ również jest „relewantny”. Zatem, stosując do formuły C_i rozważania z przypadku (i), tworzymy ciąg sekwentów P^n_Γ dodając do ciągu sekwentów P^i_Δ poniższy ciąg sekwentów:

(∗)	$\Delta \vdash C_i$	powtórzenie ostatniego elementu w P^i_Δ
(†)	$C_i, C_j \vdash C_n$	ciąg podstawowy
	$\Delta, C_j \vdash C_n$	(∗), (†), (MT3)

(iii) Tak jak w dowodzie twierdzenia 1. □

UWAGA 2. Zauważmy, że nie każdy sekwent dowodzony w rachunku sekwentów z regułami (MT1) i (MT3) (odp. (MT3⋆)) ma dowód w dedukcji naturalnej. Jest nim np. sekwent (5) (zob. s. 227). Zatem w dla rachunku sekwentów z regułami (MT1), (W ⊢), (MT3) i (Th) (odp. (TM1) i (MT3⋆)) obowiązuje jedynie implikacja „⇒” z twierdzenia 1 (odp. twierdzenia 2).

4.5. Dalsza dyskusja pojęcia dowodu u stoików

Jak już wspomniano u Cycerona można znaleźć jeszcze dwa schematy, mianowicie:

$$\text{(R6)}\quad \neg(A \leftrightarrow B), A \vdash \neg B \qquad\qquad \text{(R7)}\quad \neg(A \leftrightarrow B), \neg A \vdash B$$

Zgodnie z uwagą prof. Żarnecka-Biały[98] Cyceron używa wieloznacznego zwrotu, który jest stosowany przez niego w odniesieniu do koniunkcji, ale też może być stosowany do równoważności. Stąd krytyka Matesa[99] dotycząca reguły (R7) jest być może nieuzasadniona; chociaż oczywiście, jeśli zamiast równoważności użyjemy koniunkcji dostaniemy nonsens. Inna uwaga dotyczy schematów (R4) i (R5). Jeśli potraktować występujące w nich spójniki alternatywy jako dwa różne, to reguła (R4) mogłaby «pasować» zarówno

[98] Zob. [16], s. 87.

[99] Zob. [10], s. 72.

do alternatywy rozłącznej (słabej), jak i funktora Sheffera, w (R5) zaś mogłaby występować podobnie jak w (R4) alternatywa rozłączna, ale również nierozłączna. Jednak zwykle traktuje się obie reguły, jako odnoszące się do jednego funktora i wówczas oczywiście chodzi o alternatywę rozłączną.

UWAGA 3. Niedowodliwe schematy nie są niezależne. Na przykład schemat (R2) można otrzymać ze schematu (R1) oraz reguły (MT1).

Dowód.

1.	$A \to B, A \vdash B$	(R1)
2.	$A \to B, \neg B \vdash \neg A$	1, (MT1)

Zauważmy, że *theorema* (Th) daje się udowodnić za pomocą reguły (MT3*).

Dowód.

1.	$\Gamma \vdash A$	zał.
2.	$\Gamma, A \vdash B$	zał.
3.	$\Gamma \vdash B$	1, 2, (MT3*)

Pewną niewiadomą jest prawo podwójnego przeczenia. Mamy prawo sądzić, że stoicy wiedzieli, że negacja negacji jest afirmacją[100], zatem nie musimy obawiać się narastania iteracji negacji. Formalnie można przyjąć, albo jeszcze jeden sekwent postaci $A \vdash \neg\neg A$, odpowiadający prawu odwrotnego przeczenia albo dla każdego sekwentu zapisać wszystkie ewentualności, w których pojawiają się podwójne negacje. Przyjmując pierwsze rozwiązanie należy pamiętać, że wśród stoików panowała niejednomyślność, jeśli chodzi o traktowanie wnioskowań z jedną przesłanką. Bardzo prawdopodobne, że konieczne uproszczenia podwójnych negacji dokonywali w pamięci i temu odpowiada przyjęte przez nas rozwiązanie (por. np. [9], s. 22).

Mates sugeruje, że wspomnianą już zasadę przekształcania wnioskowania w okres warunkowy[101] można rozumieć jako regułę inferencji. Ze względu na jej równoważnościowy charakter dałaby się ona zapisać za pomocą dwóch reguł następująco:

(DT1) $$\frac{A_1, A_2, \ldots, A_n \vdash B}{\vdash (A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n) \to C}$$ *Twierdzenie o dedukcji*

(DT2) $$\frac{\vdash A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n \to C}{(A_1, A_2, \ldots, A_n) \vdash B}$$ *Detachment*

[100] Por. [6], VII, 69.

[101] Por. [14], II, 426.

Żeby stosować te reguły, należy chyba założyć, że poza rachunkiem wnioskowań, którego ślady przetrwały do naszych czasów, istniał jakiś syntaktyczny rachunek zdaniowy, o którym nam nic nie wiadomo.

W przypadku dedukcji naturalnej reguła (DT1) mogłaby służyć do wprowadzania do dowodu tezy będącej implikacją, o ile udowodniliśmy konkluzywność odpowiedniego wnioskowania. W konsekwencji oznacza to możliwość wprowadzania do dowodu dowolnej implikacji, której poprzednik pojawił się w dowodzie przed następnikiem. Zagadnieniu temu przyjrzymy się w następnym podrozdziale.

Idąc powyższym tropem możemy zapytać się, czy stoicy dopuszczali możliwość wprowadzania prawd logicznych, w szczególności czy uznawali np. prawo wyłączonego środka itd. Pojawiało się ono jako przesłanka, zatem wychodząc z przeświadczenia, że wśród przesłanek powinny być jedynie istotne założenia[102] można przypuszczać, że nie uznawali go. Z kolei, uprzednio zauważyliśmy[103], że mamy pewne dane, skłaniające nas do stwierdzenia, że w istocie było ono dla nich prawdą logiczną. Gdyby ostatnie przypuszczenie było prawdziwe, to oczywiście dopuszczalne jest opuszczanie prawd logicznych pojawiających się wśród przesłanek. W tym kierunku zmierza sugestia prof. E. Żarneckiej-Biały w artykule w Reports on Philosophy nr 3. Przypuszcza, że być może tak właśnie traktowano prawo tożsamości. Jeśli zaakceptujemy proponowaną opcję, to w przypadku alternatywy do pięciu aksjomatycznie uznawanych sekwentów powinniśmy dołączyć następujący sekwent:

$$\text{(WS)}\quad \Gamma \vdash A \veebar \neg A\,,$$

gdzie Γ jest dowolnym zbiorem formuł. Istotnie, stosując (WS) oraz regułę (MT3) dla $\Gamma = \varnothing$ możemy, wyrugować prawo wyłączonego środka.

W sprawie brakujących reguł pozostają nam domysły. Można tu proponować jakąś wersję twierdzenia o dedukcji (np. zasady (DT1) i (DT2)) lub możliwość opuszczania czynników koniunkcji.

Chociaż w rachunku sekwentów bez (W $\vdash$) ze znanych schematów niedowodliwych nie można wyinferować sekwentowej wersji prawa symplifikacji, to jednak A. Krokiewicz sugeruje, że było ono stosowane przez stoików[104]. Hipotezy tej ma dowodzić argument:

$$A \veebar B, A \vdash A\,.$$

[102] Por. [14], II, 430.

[103] Zob. s. 215.

[104] Zob. [7], s. 180, przyp. 3. Krokiewicz rozważa sylogizm *CKpqp*. Jeśli przyjmiemy sekwent $A \wedge B \vdash A$, to z (R3′) poprzez (MT1) i (MT3*) dostaniemy $A, B \vdash A$.

Powyższy przykład o tyle może nie być trafny, iż pomimo to, że da się on udowodnić[105], to wcale stąd jeszcze nie wynika obowiązywanie sekwentu postaci:

$$A, B \vdash A$$

5. Zagadnienie pełności logiki stoickiej

Można zgadywać, że o ile stoicy nie potrafili udowodnić związku zachodzącego między częścią semantyczną i syntaktyczną swego systemu, o tyle mieli jej świadomość. Co na to wskazuje? Kryterium przytoczone na s. 221 może być rozumiane przynajmniej na trzy sposoby: jako metatwierdzenie wyrażające związek między syntaktyczną własnością wnioskowania (posiadaniem dowodu) oraz prawdziwością logiczną odpowiedniej implikacji, może też być interpretowane jako definicja semantyczna sprawności danego wnioskowania, a także jako syntaktyczna reguła wyrażająca związek między wnioskowaniami, które mają dowód a implikacyjnymi prawami logicznymi. W pierwszych dwóch przypadkach przyjęty sposób rozumienia rodzi pewne kłopoty. W każdym z nich należy odwołać się do warunków prawdziwości implikacji. Mając do wyboru kilka definicji tego pojęcia, mamy tak naprawdę kilka kryteriów sprawności semantycznej wnioskowań. Wiadomo, że wśród samych stoików panowała niejednomyślność w tym względzie, pomimo to implikacja w rozumieniu Filona miała, o ile nam wiadomo, cieszyć się największym poparciem.

Me przypuszczenia, co do wysokiej świadomości stoików fragmentu semantycznego w logice stoików mają pewne potwierdzenie również w teorii znaku. Przypomnijmy, że stoicy posiadali dużą świadomość odrębności świata znaków i tego co one znaczą. Rozróżniali oni znak, jego znaczenie, (*λεκτόν*) i to, co przez znak jest oznaczane. Chryzyp np. miał, według Diogenesa Laertiosa[106] twierdzić, że dialektyka, dotyczy „znaków i tego co one oznaczają".

Przyjmując, że istotnie stoicy wyróżniali w swej logice część syntaktyczną i semantyczną należy zrobić jeszcze jeden krok i zapytać się o ewentualne twierdzenie o pełności. Corcoran uważa, że domysły na ten temat nie są zbyt uzasadnione. Mimo wszystko zauważmy, że prosto można pokazać twierdzenie o trafności dla stoickiej aksjomatyzacji.

TWIERDZENIE 3. *Jeśli sekwent $\Gamma \vdash A$ ma dowód w sensie definicji 6, to formuła A wynika logicznie ze zbioru Γ.*

[105] Zob. s. 230.

[106] Por. [6], VII, 62.

DOWÓD (szkic). 1. Każdy z sekwentów podstawowych zachowuje prawdziwość, tzn. jeśli przesłanki są prawdziwe, również konkluzja jest prawdziwy. 2. Stosowanie *themata* do sekwentów zachowujących prawdziwość, prowadzi również do sekwentów zachowujących prawdziwość. □

Oczywiście powyższe twierdzenie obowiązuje również dla pojęcia dowodu w sensie dedukcji naturalnej.

Na poważne trudności natrafiamy przy próbie pokazania implikacji odwrotnej twierdzenia o pełności. Istotnym brakiem jest nieznajomość pozostałych *themata*.

Prof. E. Żarnecka-Biały przypuszcza, że pełność była dla stoików wyznaczonym programem, do którego zdążali. I chyba rzeczywiście można przypuszczać, że nie mieli «pełnej» pełności, a raczej na pewno nie potrafili jej udowodnić.

Na zakończenie spróbujmy odpowiedzieć jaką logikę uprawiali stoicy? Czy była to logika klasyczna? To pytanie badacze stawiają sobie od dawna. Dość powszechne jest traktowanie logiki stoickiej jako klasycznego rachunku zdań. Jednakże czy jest to prawdą?

6. Logika stoicka = relewantna logika R

W poniższych rozważaniach ograniczę się do implikacyjnej części rekonstruowanego rachunku stoickiego. Przyjmijmy tym razem, że wielkie litery greckie 'Γ' i 'Δ' oznaczają ciągi formuł (dopuszczamy ciąg pusty).

Dzięki Sextusowi Emirykowi wiemy, że stoicy nie chcieli zaakceptować nierelewantnych argumentów, to jest takich, w których co najmniej jedna z przesłanek była niekonieczna dla otrzymania wniosku. Innymi słowy nie przyjmowali sekwentów dających się zapisać w następującej, ogólnej postaci: $A, B \vdash A$.[107] Zauważmy, że Benson Mates (być może broniąc tezy, że logika stoicka jest klasyczna), przypuszcza, że Sekstus się myli. Z drugiej strony nie mamy w przedstawianym rachunku możliwości osłabiania sekwentów poprzez dodawanie do wnioskowania nowych przesłanek. Obie te obserwacje przywodzą na myśl logiki enteilmentowe, w szczególności relewantne.

Przypomnijmy implikacyjną część $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ relewantnej logiki **R** wyrażonej w języku rachunku sekwentów. Aksjomatami i regułami dowodzenia w systemie $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ są:

[107] Zob. [13], II, 147 i [14], II, 431.

(Id)	$A \vdash A$	*Identyczność*
$(C \vdash)$	$\dfrac{\Gamma, A, A, \Delta \vdash C}{\Gamma, A, \Delta \vdash C}$	*Kontrakcja*
$(P \vdash)$	$\dfrac{\Gamma, A, B, \Delta \vdash C}{\Gamma, B, A, \Delta \vdash C}$	*Permutacja*
$(\rightarrow \vdash)$	$\dfrac{\Gamma \vdash A \qquad B, \Delta \vdash C}{A \rightarrow B, \Gamma, \Delta \vdash C}$	*Implikacja po lewej*
$(\vdash \rightarrow)$	$\dfrac{A, \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \rightarrow B}$	*Implikacja po prawej*

Przyjmijmy następującą definicję dowodu w systemie $\mathbf{R}_{\rightarrow}$:

DEFINICJA 7. Sekwent S *ma dowód w rachunku sekwentów* systemu $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ wtw istnieje ciąg sekwentów $S_1, S_2, \ldots, S_n$ taki, że $S_n = S$ oraz dla każdego $i \in \{1, \ldots, n\}$:

(a) albo S_i jest sekwentem postaci (Id),
(b) albo istnieje $j < i$, że S_i jest sekwentem uzyskanym z sekwentu S_j w wyniku zastosowania jednej z reguł $(C \vdash)$, $(P \vdash)$ bądź $(\vdash \rightarrow)$,
(c) albo istnieją $j, k < i$, że S_i jest sekwentem uzyskanym z sekwentów S_j i S_k w wyniku zastosowania reguły $(\rightarrow \vdash)$.[108]

Sformułujmy system $\mathbf{R}^{s}_{\rightarrow}$ inspirowany systemem $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ oraz stoickim rachunkiem sekwentów. Wiemy, że przynajmniej niektórzy stoicy uznawali regułę (Id), gdyż przyjmowali prawo tożsamości: $A \rightarrow A$, zatem przez regułę (DT2) powinni również zgodzić się na (Id). Ponadto, jest raczej oczywiste, że nie naruszymy ducha rachunku stoickiego, jeśli do rekonstruowanego systemu dołączymy reguły kontrakcji $(C \vdash)$ i permutacji $(P \vdash)$ (wcześniej z założenia nie dbaliśmy o ewentualne powtórzenia i kolejność przesłanek).

Reguła *implikacja po prawej* $(\vdash \rightarrow)$ wymaga większej uwagi. Poza regułą przekształcania wnioskowań w okresy warunkowe nie mamy żadnej możliwości dowodzenia sekwentów z implikacją w konkluzji (oczywiście w przypadku, gdy dokładnie ta sama implikacja nie pojawiła się jako podformuła w jednej z przesłanek). Jednakże reguła (DT1) jest — jak wspomnieliśmy — pewną wersją twierdzenia o dedukcji, tak więc akceptując $(\vdash \rightarrow)$ nie wykraczamy poza «dziedzinę», w ramach której pracowali stoicy.

Przyjmijmy zatem następującą definicję dowodu w systemie $\mathbf{R}^{s}_{\rightarrow}$:

---

[108] Sekwent S ma dowód wg tej definicji wtw S ma dowód wg standardowej definicji wysłowionej za pomocą pojęcia drzewa z użyciem (Id), $(C \vdash)$, $(P \vdash)$, $(\rightarrow \vdash)$ i $(\vdash \rightarrow)$.

Definicja 8. Sekwent S *ma dowód w rachunku sekwentów* systemu $\mathbf{R}^{\mathbf{s}}_{\rightarrow}$ wtw istnieje ciąg sekwentów $S_1, S_2, \ldots, S_n$ taki, że $S_n = S$ oraz dla każdego $i \in \{1, \ldots, n\}$:

(a) albo S_i jest sekwentem postaci (Id) lub (R1),

(b) albo istnieje $j < i$, że S_i jest sekwentem uzyskanym z sekwentu S_j w wyniku zastosowania jednej z reguł ($C \vdash$), ($P \vdash$) bądź ($\vdash \rightarrow$),

(c) albo istnieją $j, k < i$, że S_i jest sekwentem uzyskanym z sekwentów S_j i S_k w wyniku zastosowania reguły (MT3*).

Mamy następujące twierdzenie:

Twierdzenie 4. *Sekwent S ma dowód w systemie $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ wtw S ma dowód w systemie $\mathbf{R}^{\mathbf{s}}_{\rightarrow}$.*

Dowód. „$\Rightarrow$" Wystarczy wykazać, że reguła ($\rightarrow \vdash$) jest wyprowadzalna w systemie $\mathbf{R}^{\mathbf{s}}_{\rightarrow}$.

1.	$\Gamma \vdash A$	zał.
2.	$B, \Delta \vdash C$	zał.
3.	$A, A \rightarrow B \vdash B$	(R1)
4.	$\Gamma, A \rightarrow B \vdash B$	1, 3, (MT3*)
5.	$\Gamma, A \rightarrow B, \Delta \vdash C$	2, 4, (MT3*)
6.	$A \rightarrow B, \Gamma, \Delta \vdash C$	5, ($P \vdash$)

„$\Leftarrow$" Zauważmy, że reguły ($C \vdash$), ($P \vdash$) i ($\vdash \rightarrow$) występują jako pierwotne w obu rachunkach. Dalej zauważmy, że sekwenty postaci (R1) mają dowód w systemie $\mathbf{R}_{\rightarrow}$:

1.	$A \rightarrow A$	(Id)
2.	$B \rightarrow B$	(Id)
3.	$A \rightarrow B, A \vdash B$	1, 2 ($\rightarrow \vdash$)
4.	$A, A \rightarrow B \vdash B$	3, ($P \vdash$)

Zatem dowód P sekwentu S w rachunku sekwentów systemu $\mathbf{R}^{\mathbf{s}}_{\rightarrow}$ może być odtworzony jako dowód P′ tego sekwentu w rachunku sekwentów systemu $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ + (MT3*), tj. w systemie $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ z dodaną regułą (MT3*), która jest regułą cięcia w tym systemie. Na mocy „twierdzenia o eliminacji" reguły cięcia w systemie $\mathbf{R}_{\rightarrow}$,[109] dowód P′ można przekształcić w taki dowód sekwentu S, w którym nie używamy reguły cięcia. Ten ostatni dowód będzie więc dowodem sekwentu S w systemie $\mathbf{R}_{\rightarrow}$. □

[109] Zob. [1], s. 62–67 i [15] s. 88–103. Można tam znaleźć odpowiednie „twierdzenie o eliminacji" dla systemu $\mathbf{E}_{\rightarrow}$, dowód zaś tego twierdzenia dla systemu $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ przebiega analogicznie.

7. Zakończenie

Skrótowo zreasumujmy naszą wiedzę o logice stoickiej.

Stoicy zwracali uwagę na kształt wypowiedzi, zauważając, że w wielu przypadkach właśnie forma decyduje o treści. Stoicy mieli ogromne wyczucie tego, co jest istotne w logice. Dyskutowali naturę implikacji i rozróżniali co najmniej cztery różne sposoby jej rozumienia. Rachunek zbudowany przez stoików nie był czysto teoretyczną dywagacją. Został stworzony w celu wykorzystania go dla sprawdzania konkretnych rozumowań. Stoicy skupiali swą uwagę na tym, czy dany wniosek wynika z przesłanek i jak to wynikanie argumentować. Ich argumenty są prototypem dzisiejszych sekwentów rozumianych jako uporządkowane pary ciągów formuł oraz pojedynczej formuły. Wierzyli, że niektóre argumenty nie wymagają dowodu.

Stoicy poczynili zaskakujące nas dzisiaj, niekiedy bardzo błyskotliwe obserwacje w zakresie semiotyki. Zaczęli badania w dziedzinie ogólnie rozumianego rachunku zdań. Między innymi dostarczyli podstaw do dalszych odkryć w zakresie modalnej logiki zdaniowej i oczywiście logiki klasycznej. Jednakże można przypuszczać, że merytorycznie trzon ich odkryć najściślej był powiązany raczej z logiką relewantną aniżeli logiką klasyczną. Jeśli chodzi o sformułowanie ich rachunku to stylem swym przypominał dzisiejszy rachunek sekwentów.

Podziękowania. Chciałbym złożyć szczere wyrazy podziękowania Andrzejowi Pietruszczakowi za poprawki, uwagi i wskazówki, które w sposób istotny poprawiły wartość tej pracy, a w szczególności za poprawienie sformułowań i dowodów twierdzeń 1 i 2.

Bibliografia

[1] Anderson, A. R., N. D. Belnap, Jr., *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity*, t. I, Princeton University Press, Princeton 1975.

[2] Bocheński, I. M., *Ancient Formal Logic*, North-Holland, Amsterdam 1968.

[3] Borkowski, J., L. Słupecki, *Logika formalna*, PWN, Warszawa 1968.

[4] Corcoran, J. *Ancient Logic and its Modern Interpretations*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Boston 1974.

[5] Dąmbska, I.: *Wprowadzenie do starożytnej semiotyki greckiej. Teksty i studia*, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Warszawa 1984.

[6] Diogenes Laertios: *Żywoty i poglądy słynnych filozofów*, ks. II, PWN, Warszawa 1982.

[7] Krokiewicz, A., „O logice stoików", Kwartalnik Filozoficzny XVII, s. 173–197.

[8] Łukasiewicz, J., „Logistyka a filozofia", [w:] *Z zagadnień logiki i filozofii*, PWN, Warszawa 1961.

[9] Łukasiewicz, J. „Z historii logiki zdań", Przegląd Filozoficzny XXXVII, 1934. Przedruk [w:] *Z zagadnień logiki i filozofii*, PWN, Warszawa 1961.

[10] Mates, B., *Stoic Logic*, University of California Press, Berkeley 1961.

[11] Mates, B., *Logika stoików*, ATK, Warszawa 1971 (tłum.).

[12] Nasieniewski, M., „Is Stoic logic classical?", Logic and Logical Philosophy 6 (1998), 55–61.

[13] Sexstus Empirikus, *Zarysów pirrońskich księga pierwsza, druga i trzecia*, Nakładem Polskiej Akademii Umiejętności, Kraków 1931.

[14] Sekstus Empiryk: „Przeciw logikom", (*Przeciw uczonym*, ks. VII i VIII), PWN, Warszawa 1970.

[15] Szabo, M. E. (red.) ,*The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, North-Holland, Amsterdam 1969.

[16] Żarnecka-Biały, E., „Dialektyka grecka", [w:] *Historia logiki dawniejszej*, UJ, Kraków 1995.

[17] Żarnecka-Biały, E., „How had Łukasiewicz reconstructed the corpus of Stoic logic", [w:] *Noises in the History of Logic*, UJ, Kraków 1995.

Katedra Logiki
Uniwersytet M. Kopernika
Toruń

Spis treści

Zamiast wprowadzenia: rady, nauki, komentarze i sprostowania

Logika